

Physikalisches Anfängerpraktikum
an der Universität Konstanz

Kelvin-Generator

Projektpraktikum durchgeführt im SS 2010

Johannes Bühler, Marco Fischer, Janine Keller, Jan Schmidt

Der Versuchsaufbau des KELVIN-Generators wurde erstmals 1867 von Sir William Thomson, besser bekannt als Lord Kelvin of Largs, vorgestellt. Der Aufbau dieses Wassertropfengenerators ermöglicht eine Erzeugung von Spannung nur unter Ausnutzung von Influenz, ohne auf magnetische Induktion oder Ladungstrennung durch mechanische Reibung zurückzugreifen. Der Kelvin-Generator soll auf verschiedene Eigenschaften hin untersucht werden, um den Ladevorgang zu optimieren und zu verstehen, von welchen Parametern dieser abhängt.

Inhaltsverzeichnis

1. Grundlagen	3
1.1. Ladung und Ionen	3
1.2. Felder, Potentiale und Spannungen	4
2. Allgemeines	6
2.1. William Thomson, später bekannt als Lord Kelvin of Largs	6
2.2. Alternative Hochspannungsgeneratoren	7
3. Versuchsaufbau	9
4. Theoretische Betrachtung	11
4.1. Funktionsweise	11
4.2. Aufladevorgang	12
4.3. Maximal mögliche Spannung	13
4.4. Feldverteilung	14
5. Durchführung	15
5.1. Bestimmung der Kapazität des Aufbaus	15
5.2. Messung der Selbstentladung	15
5.3. Stoffkonzentrations- und Höhenabhängigkeit	16
6. Auswertung	16
6.1. Kapazität	16
6.2. Entladekurve	17
6.3. Schlussfolgerungen aus den Ladekurven	18
6.3.1. Abhängigkeit des Exponentialkoeffizienten von der Fallhöhe	18
6.3.2. Stoffabhängigkeit des Exponentialkoeffizienten	20
6.4. Wirkungsgrad	21
7. Fehlerdiskussion	22
7.1. Experimentelle Schwierigkeiten	22
8. Ausblick	23
9. Fazit	23
10. Danksagung	24
11. Quellen	24
A. Aufgenommene Spannungsmesskurven	26
A.1. Messung der Höhenabhängigkeit	27
A.2. Messung der Stoffabhängigkeit	32

1. Grundlagen

1.1. Ladung und Ionen

Die dem Versuch KELVIN-Generator zugrundeliegende Elektrostatik beschreibt Felder zwischen elektrisch geladenen, unbewegten Körpern und Kräfte zwischen ihnen. Es gibt positive und negative Ladungen, wobei sich gleichnamige abstoßen während sich unterschiedliche anziehen. Die Einheit der Ladung Q ist $1\text{ C} = 1\text{Coulomb}$. Die Elementarladung ist die kleinste mögliche Ladung die ein Körper haben kann und gleichzeitig die Ladung eines Elektrons. Der Literaturwert beträgt $|e| = (1,602176487 \pm 0,000000040) \cdot 10^{-19}\text{C}^1$. Außerdem gibt es positiv geladene Protonen, welche die entgegengesetzte Ladung tragen.

Verschiedene Stoffe bzw. Moleküle haben die Eigenschaft Ionen zu bilden, die je nach Atomaufbau positiv oder negativ geladen sein können. Dabei geben diese ein Elektron ab oder nehmen eines in ihre Atomschale auf. Die Elektronen in der äußersten Schale eines Atoms, sogenannte „Valenzelektronen“ bestimmen die möglichen chemischen Bindungen. Elektronen im Atom nehmen immer den energetisch günstigsten Zustand ein, die unteren Schalen, wie $1s$, $2s$ und $2p$ werden sukzessive „von unten“ aufgefüllt. Eine abgeschlossene Schale bedeutet weniger Reaktivität, nur ein Elektron in der äußersten Schale wie bei den Alkalimetallen heißt, dass diese mit anderen Stoffen gut und teils stark reagieren. Ein prominentes und auch im Versuch verwendetes Beispiel ist Kochsalz, NaCl . Es dissoziiert in Wasser zu Na^+ und Cl^- , in diesem Zustand haben beide Atome dann acht Elektronen in der äußersten Schale.



Reines Wasser hat die besondere Eigenschaft der Eigendissoziation, d.h. es ionisiert zu gleichen Teilen zu Hydroxid- und Hydronium-Ionen. Somit lässt sich die Leitfähigkeit von destilliertem Wasser erklären, welche Ionen voraussetzt.



Das Ionenprodukt von Wasser² beträgt bei 25°C :

$$K_w = c(\text{H}^+) \cdot c(\text{OH}^-) = 1,0 \cdot 10^{-14} \frac{\text{mol}^2}{\text{l}^2}$$

In einem Liter Wasser sind also $1,0 \cdot 10^{-7}\text{mol}$ negativ geladene und $1,0 \cdot 10^{-7}\text{mol}$ positiv geladene, d.h. insgesamt $2,0 \cdot 10^{-7}\text{mol}$ Ionen.

¹2006 CODATA recommended values, Quelle: http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e—search_for=electron+charge

²[Mor96, S.294]

Die Beweglichkeit von Ionen in Wasser ist abhängig von Größe, Ladung und anderen Wechselwirkungen. Normalerweise liegt diese bei ca. $5 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{sV}}$, eine Ausnahme bilden jedoch die Wasserionen, die auch in diesem Versuch verwendet werden. Aufgrund des GROTTHUS-Mechanismus³ sind hier deutlich höhere effektive Geschwindigkeiten möglich: Wassermoleküle bilden lange Ketten mit Wasserstoffbrücken, über welche Protonen von einem Wassermolekül zum nächsten tunneln können. Die elektrische Leitfähigkeit σ ist mit der Ionenbeweglichkeit verknüpft, da bei mehr freien und beweglichen Ladungsträgern und mehr Ionen auch die Leitfähigkeit steigt. Im Allgemeinen ist die elektrische Leitfähigkeit σ über die Feldstärke \vec{E} und die Stromdichte \vec{j} bestimmt:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

1.2. Felder, Potentiale und Spannungen

Das elektrische Feld ist definiert als $\vec{E} = \frac{\vec{F}_q}{q}$, also die Kraft pro Probeladung q . Ein elektrisches Feld entsteht z.B. zwischen zwei geladenen Körpern. Die Einheit des elektrischen Feldes ist $1 \frac{\text{kg m}}{\text{A s}^3} = 1 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$. Als Feldlinien werden gedachte Linien bezeichnet, die tangential zu \vec{E} liegen. Je dichter die Feldlinien liegen, desto stärker ist das elektrische Feld. Zwischen zwei unendlich ausgedehnten Kondensatorplatten herrscht ein homogenes E-Feld, das heißt, das Feld ist räumlich konstant, die Feldlinien sind parallel (senkrecht zu den Platten) und ihre Dichte ist konstant.

Die Kraft, die zwei Ladungen q, Q (Orte \vec{r}, \vec{R}) aufeinander ausüben beträgt nach dem COULOMBSchen Gesetz

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot Q}{|\vec{r} - \vec{R}|^3} (\vec{r} - \vec{R})$$

Da diese Kraft konservativ ist, das heißt die Arbeit wegunabhängig ist, kann ein elektrostatisches Potential definiert werden:

$$\varphi(\vec{r}) = \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Meist wird $\varphi(\infty) = 0$ definiert. Das elektrische Feld lässt sich darstellen als $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$. Als Äquipotentiallinien (bzw -flächen) werden alle Punkte auf der Ebene (im Raum) zusammengefasst, die das gleiche elektrostatische Potential haben. Sie sind immer senkrecht zu den Feldlinien, welche in die Richtung des elektrischen Feldes zeigen. Die Feldlinien einer Punktladung können aus dem COULOMBgesetz bestimmt werden, die Richtung der Feldstärke ist durch \vec{e}_r bestimmt:

$$\vec{F} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

³[Sch03, S.47]

Aus $\vec{F} = -\vec{\nabla}V$ kann man das Potential V berechnen:

$$V = -\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Dieses Potential ist für feste r konstant, d.h. die Äquipotentiallinien sind Kreise. Für kompliziertere Ladungsverteilungen ist die Berechnung der Äquipotentiallinien im allgemeinen analytisch nicht mehr möglich, weshalb numerische Methoden zum Einsatz kommen.

Die elektrische Potentialdifferenz zweier Punkten im Raum wird als Spannung bezeichnet:

$$U = \varphi(\vec{r}_1) - \varphi(\vec{r}_2) = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \, d\vec{s}$$

Die Einheit der Spannung ist $1V = 1\text{Volt} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{A s}^3}$

In einem Kondensator mit der Kapazität C gilt für die Spannung U und die auf dem Kondensator gespeicherte Ladung Q der Zusammenhang

$$Q = C \cdot U$$

Die Kapazität hat die Einheit $1F = 1\text{Farad}$.

Die elektrische Feldstärke an leitenden Oberflächen ist reziprok zu ihrem Krümmungsradius. Man spricht an Spitzen auch von einer Überhöhung des Feldes. Da ein Ladungstransport in Luft möglich ist, in dem sich geladene Teilchen an neutrale Partikel wie z.B. Staub anlagern, kommt es bei hohen Feldstärken vor, dass nicht vernachlässigbare Verlustströme entstehen. Dieses Phänomen nennt man auch Koronaentladung, die ab bestimmten Feldstärken signifikante Ladungsverluste bewirkt. Dieser Wert ist etwas unter der Maximalfeldstärke eines Blitzes und liegt für Luft bei Normalbedingungen bei ca. $E_k \approx 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$. [Küc09, Kapitel 3]

Ähnlich kann man sich vorstellen, dass es bei bestimmten Abständen von geladenen Körpern in Verbindung mit einer bestimmten Ladung zu Spannungsüberschlägen in Luft kommt. Dabei entladen sich die Körper schlagartig und ein kleiner Blitz kann beobachtet werden, obwohl die Körper sich nicht berühren.

Die Entladung zweier sich nicht berührender Körper durch einen Blitz kann man sich ähnlich erklären: Ab einer bestimmten Grenzfeldstärke werden die Moleküle der Luft ionisiert, wodurch frei bewegliche Ladungsträger für einen Strom zur Verfügung stehen. Die benötigte Feldstärke ist abhängig von dem Material, jedoch auch stark abhängig von der Luftfeuchtigkeit, dem Aufbau und der Zeit, die das elektrische Feld wirkt. In der Hochspannungsphysik spielt diese Durchschlagsfeldstärke eine große Rolle. Für kleine Abstände nimmt die Durchschlagsfeldstärke sogar zu, was in Dünnschichtkondensatoren

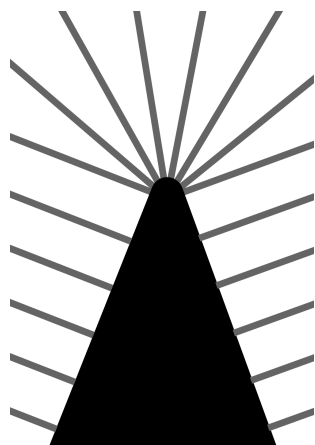


Abb. 1: Skizze zur Feldüberhöhung an einer Spitze

ausgenutzt wird. (Siehe [Küc09, Kapitel 3]). Ein guter Richtwert für trockene Luft liegt bei $E_d \approx 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$. [Mes10, S. 484]

Ein weiteres interessantes Phänomen, Influenz genannt, kann bei geladenen Körpern beobachtet werden. Bringt man eine Ladung in die Nähe eines ungeladenen Körpers, so beeinflusst diese die Ladungsverteilung auf ihm. Bei elektrischen Leitern wie Metall oder einer Flüssigkeit mit Ionen werden die Ladungsträger auf der Oberfläche des Körpers so lange verschoben, bis sich ein Kräftegleichgewicht einstellt. Dies ist dann der Fall, wenn alle von der Ladung auf den Körper gehenden Feldlinien senkrecht auf dessen Oberfläche auftreffen. Beim KELVIN-Generator kommen sowohl Wasser, Salz- und Säurelösungen als auch Metall als elektrische Leiter zum Einsatz. Bei Isolatoren kann keine Ladung transportiert werden, es kommt lediglich zu einer dielektrischen Verschiebung: die Moleküle werden polarisiert und richten sich auf ihrem Platz nach dem äußeren Feld aus.

2. Allgemeines

2.1. William Thomson, später bekannt als Lord Kelvin of Largs

William Thomson wurde am 26. Juni 1824 als Sohn eines Mathematik-Professors der Glasgow University geboren. Im Alter von 10 Jahren begann er sein Mathematik-Studium an dieser Universität. Mit 17 Jahren wechselte er ins St. Peter's College in Cambridge, wo er sich neben der Mathematik mit Naturphilosophie sowie Astronomie beschäftigte. Bereits während seines Studiums reichte er mehrere mathematische Publikationen ein. Direkt nach seinem Abschluss im Jahr 1846 trat William den Posten als Professor für Naturphilosophie in Glasgow an.

In den folgenden Jahren beschäftigte er sich mit unterschiedlichsten Themen:

Mit George Gabriel Stokes entwickelte er den so genannten „Satz von Stokes“. Auf Basis der Arbeiten von Joule und Carnot bestätigte er die Existenz des absoluten Nullpunkts

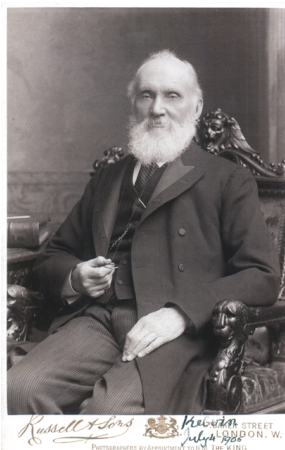


Abb. 2: William Thomson, 1. Baron Kelvin (Fotografie 1906)

der Temperatur. Sein späterer Name „Kelvin“ wird heute als Basiseinheit der Temperatur verwendet. Für seine Bemühungen bei der Verlegung des ersten Unterseekabels zwischen Europa und Amerika im Jahr 1866 wurde er im Alter von 42 Jahren zum Ritter geschlagen. Neben weiteren mathematischen Arbeiten entwickelte er eine Theorie zur Entstehung der Erde und berechnete auf Basis der abgestrahlten Energie das Alter der Erde auf 20-40 Millionen Jahre. Unter Berücksichtigung der Wärmeleistung durch natürliche Radioaktivität musste dieser Wert später auf das 100-fache korrigiert werden.

1861 wurde er Mitglied der Royal Society. Dort stellte er 1867 erstmals den Versuchsaufbau zu dem heute als KELVIN-Generator bekannten Experiment in einem Artikel⁴ der Zeitschrift “Proceedings of the royal society of London” vor.

1892 wurde er zum Baron Kelvin of Largs ernannt. Einige Jahre später trat er von seiner Professur zurück und immatrikulierte sich anschließend wieder als Student. Er verstarb am 17. Dezember 1907 im Alter von 83 Jahren.⁵

2.2. Alternative Hochspannungsgeneratoren

Der **Bandgenerator**, auch VAN DE GRAAFF-Hochspannungsgenerator genannt, bietet die Möglichkeit mit relativ einfachen Mitteln Hochspannung zu erzeugen. 1931 wurde dieser Generator, der mechanische Energie in elektrische Energie umwandelt, von Robert Van de Graaff entwickelt. Man konnte mit diesem ersten Modell eine Gleichspannung von bis zu 1,5MV [Hin08] erzeugen.

⁴“On a Self-acting Apparatus for multiplying and maintaining Electric Charges, with applications to illustrate the Voltaic Theory.” By Sir W. Thomson, F.R.S., Glasgow University, Received June 19, 1867 [Tho67]

⁵Daten entnommen aus dem Artikel „William Thomson: king of Victorian physics“ von Marc McCartney, PhysicsWorld Ausgabe Dezember 2002 [McC10]

Das Prinzip dieser Spannungserzeugung ist das Aufladen eines hochisolierenden Bandes durch mechanische Reibung oder sogenanntes Aufsprühen der Ladung von externen Quellen. Die entstehende Ladung wird von einem Kuglkondensator aufgefangen bzw. abgegriffen und akkumuliert. So entsteht bei ausreichender Isolation mit der Zeit eine hohe Spannung zwischen der Kugel und der Umgebung. Der Wirkungsgrad $\nu = \frac{\text{entstehende elektrische Energie}}{\text{aufgewandte mechanische Energie}}$ eines solchen Generators ist jedoch sehr gering. Wie beim KELVIN-Generator sind auch hier zusätzlich Koronaverluste und Leckströme in die Umgebung vorhanden.

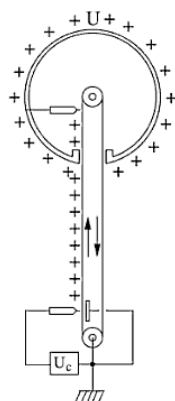


Abb. 3: Schema des VAN DE GRAAFF-Bandgenerators (aus [Hin08, S.33, Abb. 2.3])

Weitere Hochspannungsgeneratoren sind beispielsweise die **Influenzmaschine** oder der **Tesla-Transformator**.

Die Influenzmaschine gibt es in den verschiedensten Ausführungen, eine davon ist der in diesem Versuch behandelte Kelvin-Generator. Die Ladung wird hier, wenn sie einmal durch Influenz getrennt wurde, mechanisch noch weiter getrennt, wodurch hohe Spannungen möglich sind.

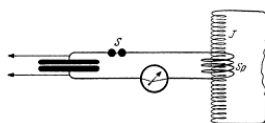


Abb. 4: TESLA-Transformator [LP10, S.139, Abb.236]

Ein TESLA-Transformator erzeugt hochfrequente Wechselspannung. Dieser besteht aus zwei Schwingkreisen mit unterschiedlichen Kapazitäten und Spulen. Die Primärspule hat nur sehr wenige Windungen und wird von hochfrequentem Wechselstrom weniger Ampere durchflossen. Dies erzeugt dann im Wechselspiel mit der Spule mit höheren Windungszahlen im anderen Schwingkreis hohe Spannungen. Häufig beobachtet man dabei Überschläge zwischen den Enden der Spulen.

3. Versuchsaufbau

Der Aufbau des Versuchs wurde selbst nach Vorbildern aus der Literatur und dem Internet erarbeitet. Den Kern bilden dabei jeweils zwei kleine und zwei große Metallrohrabschnitte, wobei die großen Rohrabschnitte einen Trichter aus dicker Alufolie beinhalten, um das durchtropfende Wasser aufzufangen. Im Gegensatz zu einfacheren Aufbauten des KELVIN-Generators verlässt das Wasser den ladungstragenden Aufbau nach dem Ladungstransport sofort wieder durch die Trichter und wird in einem isoliert stehenden Gefäß aufgefangen. Dieses Prinzip wurde bereits von William Thomson vorgeschlagen.

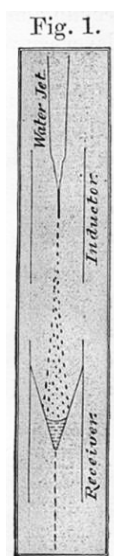


Abb. 5: Abbildung des Originalaufbaus von W. Thomson: Wasserstrom (water jet), Influenzring (Inductor) und Auffangtrichter (Receiver)

Quelle: [Tho67], Fig.1, S. 68

Der Ladungsverlust hierdurch ist allerdings sehr gering, da die Ladung stets auf der Außenseite eines runden, leitenden Objekts sitzt, über den Trichterausgang in der Mitte des Rohres also keine Ladung abgeführt wird. Diese Aussage gilt natürlich nur in zweidimensionaler Projektion des Trichters. Dieser stellt eine Spitze dar, auf der sich auch Ladung befinden kann, allerdings ist dieser Effekt gering, solange der Trichter nicht unten über das Rohr hinausragt.

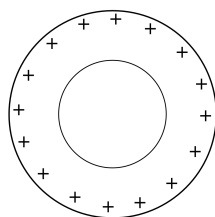


Abb. 6: Ladungsverteilung auf einem Ring bzw. Rohrabschnitt

Thomson entwickelte seine Idee auf Basis von Regentropfen-Kollektoren, die genutzt wurden, um Ladung aus der statisch aufgeladenen Atmosphäre zu gewinnen. Die Ladung wird hier direkt über Influenz getrennt. Ziel war eine selbsttätig arbeitende Vorrichtung zum Aufladen von Leydener Flaschen, welche damals die einzige Möglichkeit zur langfristigen Ladungsspeicherung darstellten. Über eine einfache Anordnung könnten, so William, Leydener Flaschen über Jahre verfügbar bleiben, indem Verluste direkt über einen Wassertropfengenerator ersetzt werden.

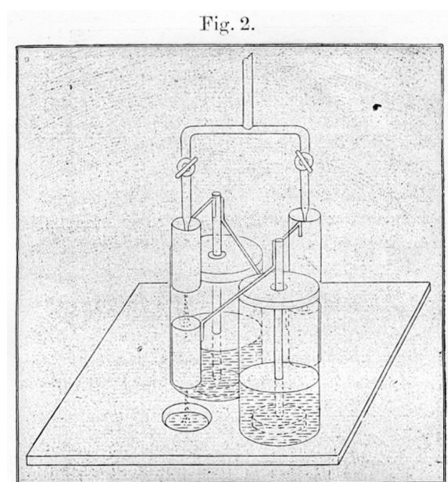


Abb. 7: Abbildung des Originalaufbaus von W. Thomson: Komplettübersicht bestehend aus zwei Leydener Flaschen sowie zwei verbundenen Ringsystemen entsprechend Abb. 5,

Quelle: [Tho67], Fig.2, S. 69

Bei unserem Aufbau findet die Zuführung des Wassers über Plastikrohre und Tropfflaschen aus medizinischem Bedarf statt. Die ganze Apparatur ist an einem Metallstativ befestigt, die Metallteile sind mit Schrauben an Plexiglasstäben angebracht, wodurch ausreichende Isolation gewährleistet wird. Durch die Befestigung an der Stativstange sind sowohl die Fallhöhe der Tropfen als auch die Positionen der Abtropfpunkte im oberen Ring variierbar. Die Masse des durchfließenden Wassers kann auf jeder Seite jeweils an einer Waage unter dem Auffangbehälter abgelesen werden.

An den Aufbau sind zwei Konduktorkugeln angeschlossen, was einerseits zu einer erhöhten Kapazität des Aufbaus führt, andererseits eine gezielte Entladung bei einer bestimmten Maximalspannung ermöglicht. Um eine Messung zu ermöglichen, wird außerdem ein Hochspannungsmessgerät (vergleiche Abbildung 10) angeschlossen, welches die Spannung zwischen den beiden Konduktorkugeln anzeigt. Hier ist es wichtig, darauf zu achten, dass das Gehäuse des Messgeräts zusätzlich isoliert werden muss, da solche Messgeräte gewöhnlich nur einen Hochspannungsanschluss haben und die Spannung gegen das Gehäuse gemessen wird. Im verwendeten Aufbau kamen ein 7kV- und ein 26kV-Messgerät zum Einsatz, beides stromlose Messgeräte, welche mit elektrostatischen Effekten funktionieren.

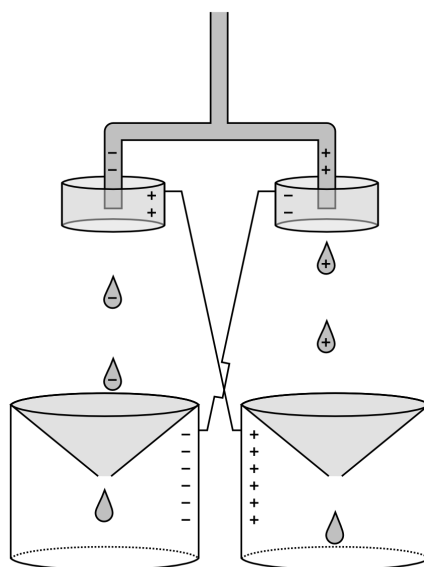


Abb. 8: Schema des KELVIN-Generators

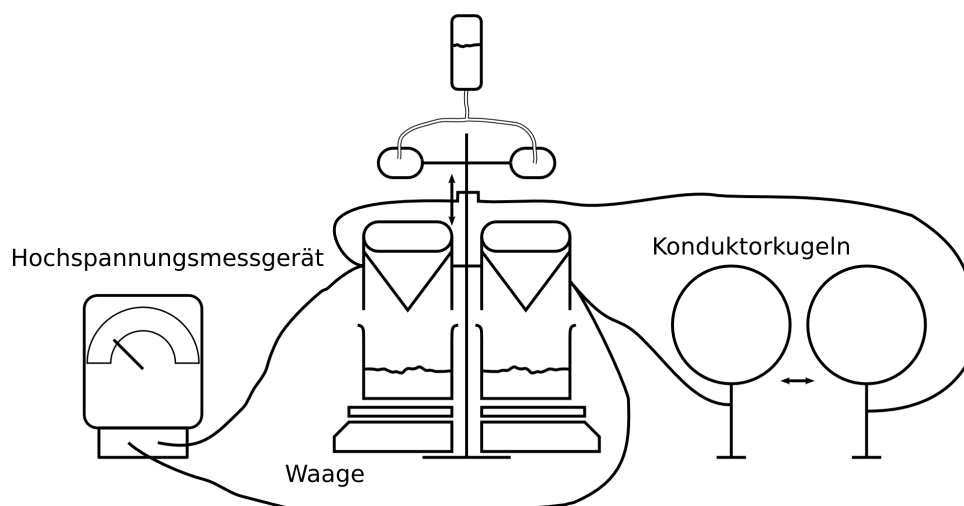


Abb. 9: Skizze des verwendeten Aufbaus

4. Theoretische Betrachtung

4.1. Funktionsweise

Der Spannungsaufbau im KELVIN-Generator funktioniert über Ladungstransport durch Tröpfchen, welche durch die oberen Ringe fallen. Der Aufladungsprozess wird durch eine Startladung in Gang gesetzt, welche entweder durch zufällige Fluktuation entstehen kann oder bei der praktischen Durchführung aus Zeitgründen z.B. mit einem Plexiglasstab erzeugt wird. Ist nun eine Startladung der Ringe vorhanden, so induzieren diese eine

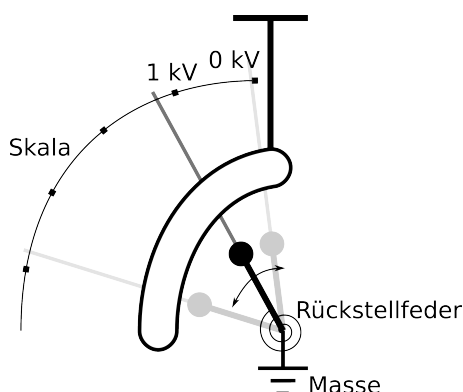


Abb. 10: schematische Zeichnung des verwendeten Messgeräts: der Zeigerausschlag wird durch die elektrostatische Kraft zwischen der Kugel (Masse) und dem gekrümmten Metallteil (Hochspannung) bestimmt. Die Spannungsskala ist dabei nicht linear, sondern hängt von der genauen Feldverteilung im Gerät ab und wird deshalb bei der Eichung Stück für Stück festgelegt.

entgegengesetzte Ladung in das Wasser in den Röhrchen. An den offenen Rohrenden sitzen also jeweils Ionen aus der Flüssigkeit. Fällt nun ein Tröpfchen mit diesen Ionen ab, fällt es nach unten auf den Trichter und trägt damit zur Ladung des Aufbaus bei. Mit steigender Ladung des Aufbaus wird die Ladung jedes einzelnen Tröpfchens größer. Die Energie, die zur Ladung des Aufbaus benötigt wird, kommt aus der Umwandlung von Lageenergie (im Gravitationspotential) in potentielle Energie im elektrischen Feld: die fallenden Tröpfchen durchlaufen eine Potentialdifferenz im elektrischen Feld und gewinnen damit an potentieller Energie.

4.2. Aufladevorgang

Wie zuvor erwähnt, findet Sprühentladung, das heißt der Übergang von Ladungsträgern in das umgebende Medium Luft, erst ab einer gewissen Feldstärke statt, welche wiederum vom Krümmungsradius der Oberfläche und der vorhandenen Spannung abhängt. Bei gleichem Aufbau existiert also eine Grenzspannung, aber der Sprühentladungen auftreten. Außerdem ist anzunehmen, dass die Influenz, das heißt die Ladung der Wassertröpfchen, in einem wesentlich geringeren zeitlichen Rahmen geschieht als der Abtropfvorgang. Folglich kann davon ausgegangen werden, dass sich beim Ablösen jedes Tropfens bereits ein elektrostatisches Ladungsgleichgewicht eingestellt hat.

Die Größe der Tropfen wird durch den Radius der Röhrchen und ihre Oberfläche, die Flüssigkeit (insbesondere ihre Viskosität) und den Druck im Röhrchen bestimmt. Der Druck wird durch die medizinische Tropf-Apparatur weitgehend konstant gehalten, die anderen Faktoren sind über den Zeitraum eines Versuchsdurchlaufs auch gleichbleibend. Man kann also von einer einheitlichen Tröpfchengröße ausgehen, wenn man die beim Abtropfen entstehenden, sehr kleinen Tröpfchen vernachlässigt. Diese können sich nur bilden, da im Moment des Abtropfens Oberflächenenergie frei wird, denn grundsätzlich ist die

Tropfengröße reziprok zur benötigten Energie bei der Tropfenbildung.

Entscheidend für den Anstieg der Ladung und damit - über die Kapazität $C = \frac{Q}{U}$ des Aufbaus verbunden - den Spannungsanstieg ist also nur das Flüssigkeitsvolumen bzw. die Stoffmenge der Flüssigkeit. Ohne relevante zeitliche Verluste spielt die Durchflussmenge pro Zeit also keine Rolle. Zum Ausgleich von zeitlichen Schwankungen der Durchflussmenge empfiehlt es sich daher, die Spannung über dem aufgewendeten Flüssigkeitsvolumen anstatt über der Zeit aufzutragen.

Es gilt folgender exponentieller Zusammenhang, der in den durchgeführten Messungen bestätigt werden konnte:

Mit einer Proportionalitätskonstanten k ist die influenzierte Ladung pro Volumeneinheit direkt proportional zur Spannung am Influenzring. Die Spannung ist wiederum proportional zur angesammelten Ladung:

$$\frac{dQ}{dV} = k \cdot U = k \cdot \frac{Q}{C}$$

Separation der Variablen und folgende Integration liefert

$$\begin{aligned} \int_{Q_0}^{Q(V)} \frac{dQ}{Q} &= \frac{k}{C} \int_{V_0=0}^V dV' \\ \ln Q(V) - \ln Q_0 &= \ln \frac{Q(V)}{Q_0} \\ &= \frac{k}{C} V \\ \Rightarrow Q(V) &= Q_0 \cdot e^{\frac{k}{C} \cdot V} \\ \Rightarrow U(V) &= U_0 \cdot e^{\frac{k}{C} \cdot V} \end{aligned}$$

4.3. Maximal mögliche Spannung

Die maximal erreichbare Spannung ist aus theoretischer Sicht lediglich beschränkt durch die Entfernung zwischen den Influenzringen und den Auffangtrichtern:

Zur Abschätzung des Effekts wird eine homogene Feldverteilung zwischen den Ringen angenommen. Das Verhältnis der Tropfenvolumen $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, der Dichte⁶ ρ , des Ringabstands d , der anliegenden Spannung U sowie der Masse $m = V\rho$ wird im folgenden hergeleitet.

Elektrische Kraft auf Ladung:

$$F_{el} = E \cdot q = \frac{U}{d} \cdot q$$

⁶reduziert um Dichte der Luft zur Berücksichtigung des Auftriebs

Gewichtskraft:

$$G = m \cdot g = V \rho g$$

Kräftegleichgewicht ergibt sich so für

$$U = \frac{V \rho g d}{q}$$

Mit der oben eingeführten Proportionalitätskonstanten k zwischen Ladungsdichte und Spannung ergibt sich

$$U = \sqrt{\frac{\rho g d}{k}}$$

Durch das größere Verhältnis von Oberfläche zu Volumen und damit Masse ist davon auszugehen, dass leichtere Tröpfchen eine höhere Volumenladungsdichte $\frac{q}{V}$ bzw. einen höheren Proportionalitätsfaktor k aufweisen. Folglich werden mit steigender Spannung immer weniger (nur noch größere) Tropfen den Trichter erreichen und sich stattdessen an entsprechend geladenen Bauteilen wie zum Beispiel dem Influenzring oder den Kabeln absetzen. Dadurch steigen die Verluste durch Sprühentladung außerdem stark an.

4.4. Feldverteilung

Entscheidend für die Aufladung der Wassertröpfchen durch Influenz beim Abriss in den oberen Ringen ist das elektrische Feld an dieser Stelle. Für große Fallstrecken wird dieses Feld kaum vom entgegengesetzt geladenen Auffangring beeinflusst. In Abbildung 11 ist das elektrische Feld reduziert auf die Symmetrieebene⁷ durch die Ringmittelpunkte anhand zweidimensionaler Äquipotentiallinien dargestellt.

Bei einem geringen Ringabstand (Abb. 12) überlagern sich die Felder von Influenzring und Auffangring stark, was an der Deformation der Äquipotentiallinien zu erkennen ist. Die großen Auffangringe rufen ein stärkeres Feld hervor als die Influenzringe mit geringerer Kapazität und damit geringerer Ladung. Somit wird das Feld in ihrem Inneren durch den Einfluss der entgegengesetzten Ladung der Auffangringe geschwächt.

Der Proportionalitätsfaktor k der Influenzwirkung der Ringe wird also mit abnehmendem Abstand geringer.

⁷Grafik erstellt mit [W. 05]

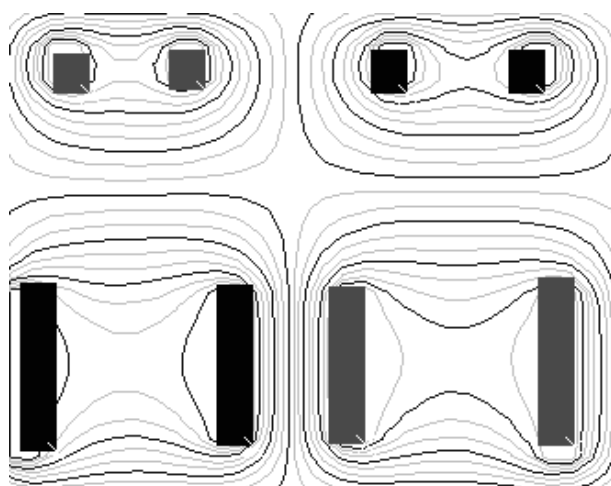


Abb. 11: 2D-Simulation der Äquipotentiallinien des elektrischen Feldes bei großem Ringabstand

5. Durchführung

5.1. Bestimmung der Kapazität des Aufbaus

Um die Kapazität des Aufbaus, und damit den Zusammenhang von Ladung und Spannung, zu bestimmen, wird der KELVIN-Generator zunächst normal in Betrieb gesetzt, bis er eine Spannung zwischen 3.5 und 9 kV erreicht hat. Danach wird der Wasserfluss gestoppt und die Spannung notiert. Dann entlädt man den Aufbau über einen hochempfindlichen Messverstärker, welcher eine Spannung ausgibt, die proportional zur insgesamt geflossenen Ladung ist. Er misst also praktisch das Integral über den Strom. Über mehrere Messwerte zu unterschiedlichen Spannungen kann dann ein Mittelwert für die Kapazität des Aufbaus gebildet werden. Hier ist besonders darauf zu achten, dass beim Entladen des Aufbaus nicht kleine Funken zu Körperteilen oder ähnlichem entstehen, welche die Messung stark verfälschen können.

5.2. Messung der Selbstentladung

Da im Hochspannungsbereich Verluste an die Umgebung eine große Rolle spielen, ist es bei der Interpretation von Messreihen wichtig zu wissen, bei welchen Spannungen die Ladungsverluste an die Umgebung sehr groß werden. Dazu wird der Aufbau maximal aufgeladen (in unserem Fall bis ca 25 kV) und die selbständige Entladung aufgezeichnet. Dabei misst man einen annähernd exponentiellen Abfall der Spannung bis auf ein nahezu stabiles Niveau. Bei Messungen oberhalb dieser Spannung muss man also mit einberechnen, dass hier starke Ladungsverluste an die Umgebung auftreten.

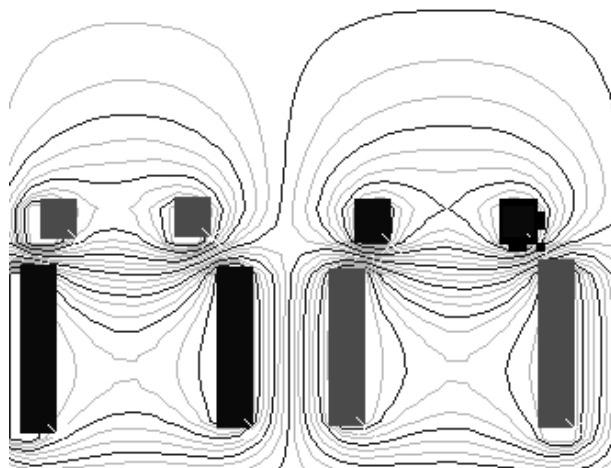


Abb. 12: 2D-Simulation der Äquipotentiallinien des elektrischen Feldes bei geringem Ringabstand

5.3. Stoffkonzentrations- und Höhenabhängigkeit

Um den Einfluss von Stoffkonzentration und Fallhöhe auf das Verhalten des KELVIN-Generators zu messen, werden Spannungskurven über die Masse der Lösung, die den Aufbau durchflossen hat, aufgenommen. Hierzu stellt man die Konduktorkugeln so ein, dass sich ein Überschlag ergibt, sobald der gewünschte Spannungsmaximalwert erreicht ist. Diese Spannung sollte unter der anhand der Entladekurve bestimmten Spannung liegen, damit Verluste die Kurve möglichst wenig verfälschen. Dann können mehrere Kurven direkt nacheinander aufgenommen werden, da der Aufbau sich durch den Überschlag stets selbst zurücksetzt, dann allerdings noch über genügend Ladung verfügt, um hinreichend schnell (wenige bis einige Minuten) wieder in den mit den Messgerät messbaren kV-Bereich zu kommen. Solche Messreihen werden für verschiedenen Stoffkonzentrationen von Salz und Zitronensäure sowie für entmineralisiertes Wasser durchgeführt. Für gleichbleibende Lösungen werden außerdem Messreihen mit unterschiedlichen Fallhöhen aufgenommen.

6. Auswertung

6.1. Kapazität

Um die Kapazität des Aufbaus zu bestimmen, wird dieser auf eine bestimmte Spannung U aufgeladen und dann mittels Messverstärker die Ladung Q auf dem Aufbau bestimmt. Hierfür wird er über den Messverstärker mit zwei Elektroden komplett entladen. Der Verstärker gibt dann eine zur Ladung äquivalente Spannung aus. Die Kapazität C kann über die Definition bestimmt werden:

$$C = \frac{Q}{U}$$

Der Fehler berechnet sich über die Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta C = \sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial U}\right)^2 \cdot \Delta U^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial Q}\right)^2 \cdot \Delta Q^2} = \sqrt{\frac{Q^2}{U^4} \cdot \Delta U^2 + \frac{1}{U^2} \cdot \Delta Q^2}$$

Als Fehler werden 0.2kV bei der Spannung sowie 0.01 μ C bei der Ladung angenommen. Diese Schätzungen beruhen auf den Schwankungen der Messgeräte sowie abgeschätzte Ableseungenauigkeit. Die Messergebnisse und Auswertung sind in Tab. 1 zu sehen.

U in kV	Q in μ C	C in pF	ΔC in pF
3.5	0.1712	48.9	4.0
4.2	0.2902	69.1	4.1
4.5	0.2989	66.4	3.7
5.6	0.3644	65.1	2.9
5.9	0.4083	69.2	2.9
7.2	0.4557	63.3	2.2
7.7	0.4772	62.0	2.1
7.8	0.5301	68.0	2.2
8.4	0.5144	61.2	1.9
8.4	0.5192	61.8	1.9

Tab. 1: Messwerte zur Bestimmung der Kapazität

Mittelt man diese Werte nun kommt man auf das Ergebnis:

$$(63.5\text{pF} \pm 2.8)\text{pF}$$

Die Standardabweichung der Messwerte beträgt 6.0pF. Dies bedeutet, dass unsere Fehler einschätzungen in Ordnung zu sein scheinen.

6.2. Entladekurve

Um einen Anhaltspunkt für die Verluste des Aufbaus in Abhängigkeit der angelegten Spannung zu haben, wird eine Entladekurve aufgenommen. Hierzu wird der Aufbau maximal aufgeladen und dann die Spannung in Abhängigkeit von der Zeit gemessen. Es wird ein Abstand der Ringe von 31cm gewählt. Es ergibt sich folgende Entladekurve: Wie in Abb. 13 zu sehen ist, hält der Aufbau seine Ladung bei ungefähr 8kV. In den Messungen werden die Bereiche über 8kV nur sehr kurz angenommen, aus diesem Grund können Verluste vernachlässigt werden. Diese Annahme ging bereits in den Theorieteil ein.

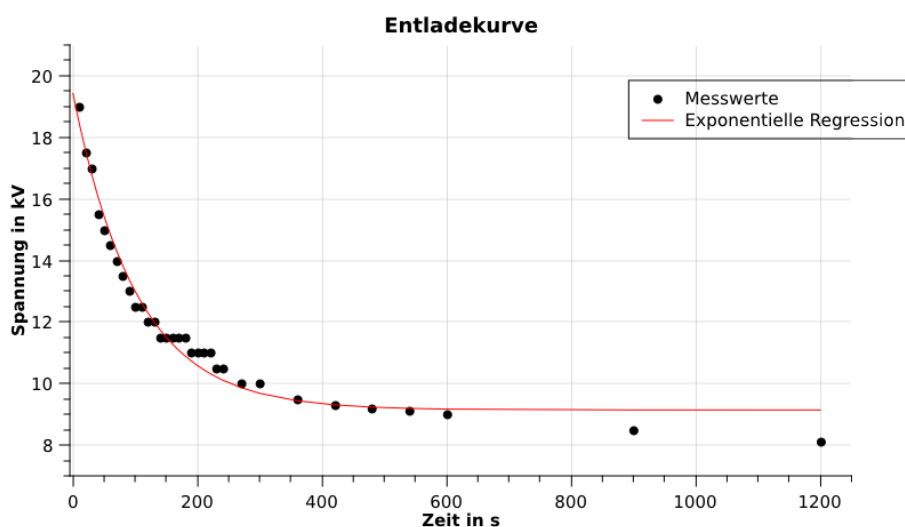


Abb. 13: Entladekurve bei einer Höhe von 31cm

6.3. Schlussfolgerungen aus den Ladekurven

Alle Messkurven wurden digitalisiert und über die Gesamtmasse, die durch den Aufbau geflossen ist, aufgetragen. Hierbei wurden alle Messungen zu einer festen Konstellation aus Länge der Fallstrecke und Art der Flüssigkeit in einen Plot aufgetragen. Die Gesamtmasse wurde gewählt, da die Durchflussmenge nicht immer konstant ist und die Ladezeit, im idealisierten verlustfreien Fall, keine Rolle spielt. Mittels QtiPlot wurde eine exponentielle Regression der Form

$$f(t) = a \cdot \exp(k \cdot x)$$

für jede Messung durchgeführt, wobei uns der Exponentialkoeffizient k am meisten interessiert hat. Die beiden Parameter a und k wurden am Ende über die verschiedenen Messungen gemittelt und ebenfalls in den Plot eingetragen. Da alle Messungen die gleiche Relevanz besitzen, kann das arithmetische Mittel betrachtet werden. Da die Fehler als unabhängig voneinander angenommen werden können, liefert dieser Mittelwert eine Reduzierung des Gesamtfehlers. Die abgeschätzten Messfehler wurden zur Erhaltung der Übersichtlichkeit nicht eingezeichnet, jedoch von QtiPlot bei der Berechnung der Regression berücksichtigt. Ein Beispiel ist in Abb 14 zu sehen, alle anderen finden sich im Anhang des Berichtes.

6.3.1. Abhängigkeit des Exponentialkoeffizienten von der Fallhöhe

Für diesen Teil der Auswertung ist die Messung der Spannungsladekurve zu verschiedenen Fallhöhen h relevant. Hierbei wird jede Messung mit VE-Wasser als Flüssigkeit aufgenommen. Die Exponentialkoeffizienten wurden bestimmt und verglichen. Der angegebene Fehler wurde von QtiPlot bei der Regression ausgegeben. Es ergaben sich folgende Werte für die Abhängigkeit der Fallhöhe:

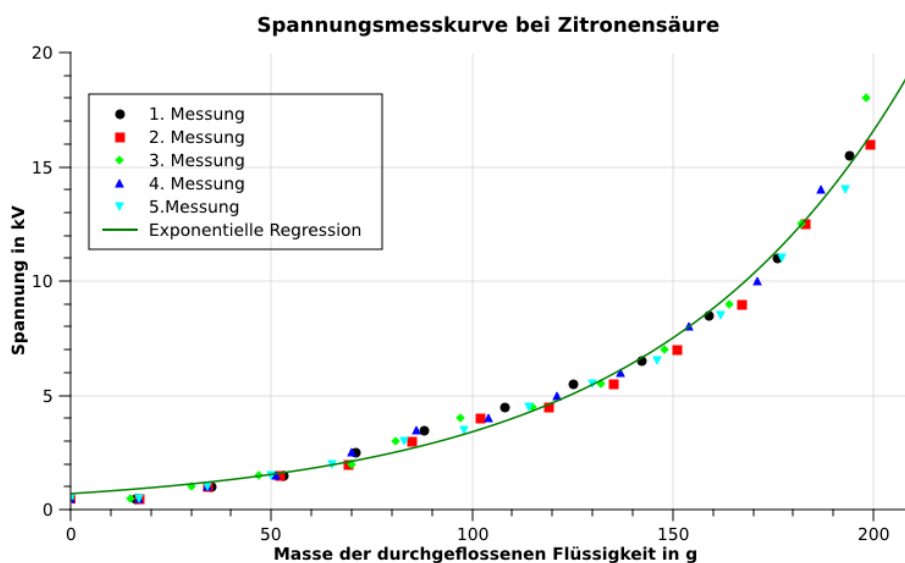


Abb. 14: Exemplarische Spannungsmesskurve mit Regression

h in cm	k in $10^{-3}/g$	Δk in $10^{-3}/g$
14	9.77	0.21
19	10.87	0.32
25	13.02	0.42
31	15.27	0.55
36	14.09	0.43

Tab. 2: Fallhöhenabhängigkeit des Exponentialkoeffizienten

Trägt man diese Werte nun in einem Graphen auf, sieht man, dass die ersten vier Werte annähernd auf einer Geraden mit positiver Steigung liegen. Lediglich der letzte Messwert weicht signifikant ab. Bei einer Höhe von 36cm treffen viele Tropfen schon bei geringen Spannungen nicht mehr den Auffangbehälter, da eine geringe Ablenkung des Fallwinkels über die größere Fallstrecke eine größere Auswirkung hat. Dies wiederum führt zu einer verminderten Ladungstrennung und somit zu einem kleineren Exponentialkoeffizienten. Da der Versuchsaufbau nicht für so hohe Spannungen konzipiert wurde, wird dieser Wert in der folgenden Betrachtung nicht berücksichtigt.

Führt man eine lineare Regression durch, ergibt sich Abb. 15. Die Regression hat ein Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0.997$. In dem gemessenen Bereich ist somit von einer linearen Abhängigkeit auszugehen. Dies bestätigt die Behauptung aus dem Theorieteil, dass der Exponentialkoeffizient mit steigender Fallhöhe wächst.

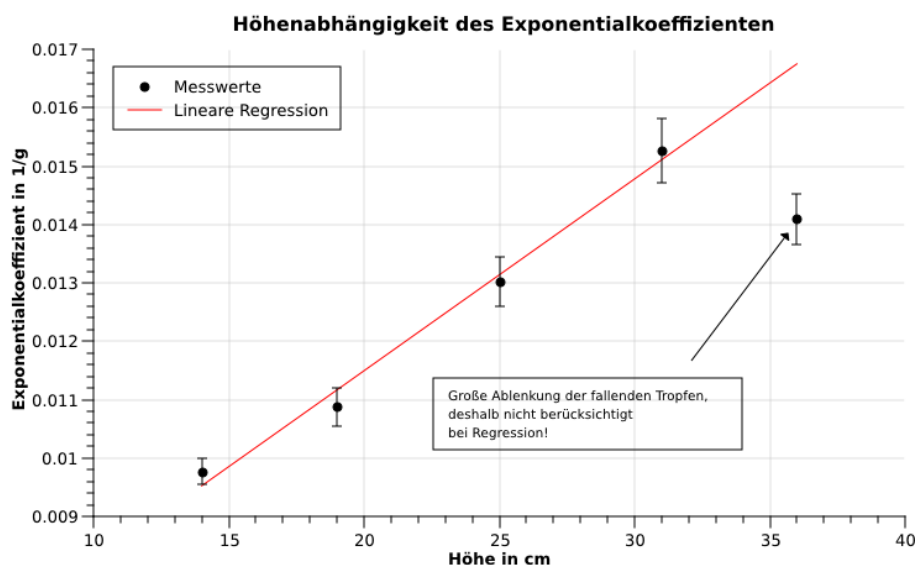


Abb. 15: Höhenabhängigkeit des Exponentialkoeffizienten von der Fallhöhe

6.3.2. Stoffabhängigkeit des Exponentialkoeffizienten

Bei dieser Auswertung der Spannungsmesskurven ist nicht eine Regression über die durchgeflossene Masse, sondern über die durchgeflossene Stoffmenge sinnvoll. Somit können verschiedene Stoffe direkt verglichen werden. Hierzu wird die molare Masse der Lösungen in einen neu definierten Exponentialkoeffizienten aufgenommen. Es werden verschiedene Natriumchlorid-Lösungen, sowie Zitronensäure und demineralisiertes (VE-) Wasser gemessen. Folgende Tabelle ergibt sich für die Messungen in Abhängigkeit der verwendeten Flüssigkeit:

Stoff	Konztr. in Massenproz.	k in $10^{-6}/\text{mol}$	Δk in $10^{-6}/\text{mol}$
NaCl-Lsg.	1	241.23	8.94
	5	218.51	6.66
	10	228.31	6.60
	25	205.10	6.29
Zitronensäure	7.5	230.99	8.75
	3.75	264.15	9.06
VE-Wasser	-	230.40	22.06
	-	244.93	7.16

Tab. 3: Stoffabhängigkeit des Exponentialkoeffizienten

Trägt man diese Werte jeweils über die verwendete Massenkonzentration auf, ergibt sich Abb. 16. Hier sieht man eine tendenzielle Abnahme des Exponentialkoeffizienten mit steigender Konzentration. Dies ist ein unerwartetes Ergebnis, da die Möglichkeit Ladung

zu trennen mit mehr freien Ladungsträgern steigen sollte. Nach Aufnahme der Messungen mit verschiedenen Lösungen wird nochmals mit VE-Wasser gemessen, um eventuelle Änderungen im Aufbau aufzudecken. Da die Ergebnisse innerhalb der Messgenauigkeit übereinstimmen, kann eine signifikante Änderung ausgeschlossen werden.

Die gemessenen Daten zeigen keine offensichtlichen Zusammenhänge auf, deshalb lässt sich keine Aussage über die Stoffabhängigkeit machen. Dies müsste mit genaueren Methoden und mehr Messpunkten und -reihen wiederholt werden.

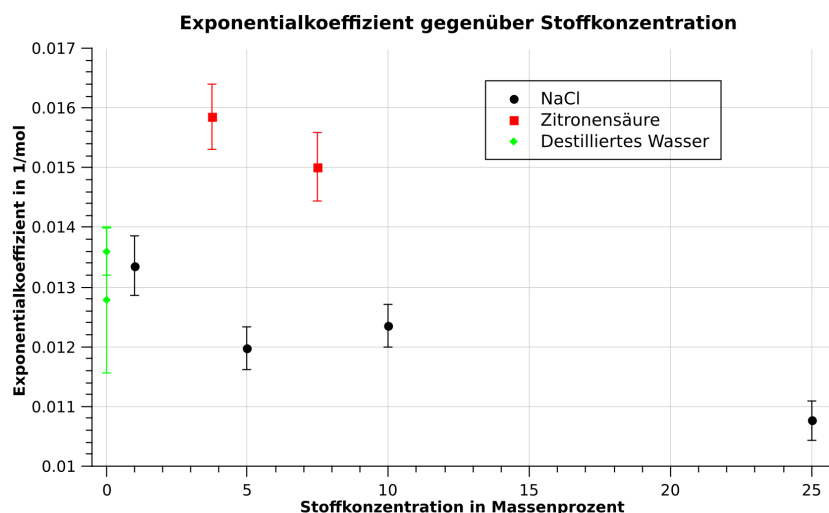


Abb. 16: Abhängigkeit des Exponentialkoeffizienten von der verwendeten Flüssigkeit

6.4. Wirkungsgrad

Als Abschluss soll der elektrische Wirkungsgrad des Generators abgeschätzt werden: Die Energie im elektrischen Feld berechnet sich nach

$$W_{\text{el}} = \frac{1}{2}CU^2$$

Die Kapazität des Aufbaus wurde oben bestimmt zu $C = 63.5\text{pF}$. Bei einem Funkenüberschlag bei einer Spannung von $U_{\text{max}} \approx 17\text{kV}$ und einer nach dem Überschlag verbleibenden Restspannung von $U_{\text{rest}} \approx 2\text{kV}$ wird also bei jedem Funkenüberschlag die Energie

$$\Delta W_{\text{el}} = \frac{1}{2}C(U_{\text{max}}^2 - U_{\text{rest}}^2) \approx 9\text{mJ}$$

Hierfür wurden zuvor im Durchschnitt 220g Wasser um 25cm angehoben, was einer Lageenergie von

$$\Delta W_{\text{Pot}} \approx 540\text{mJ}$$

entspricht.

Der elektrische Wirkungsgrad liegt somit bei ca. 1.7%. Berücksichtigt man die im Aufbau auf Grund des Fließwiderstands benötigte Höhe des Wasserreservoirs von ca. 1.5m über den Ringen, reduziert sich der Wirkungsgrad zu 0.3%.

7. Fehlerdiskussion

7.1. Experimentelle Schwierigkeiten

Fast alle technischen Probleme beim Aufbau des Generators, bei den Messungen sowie bei der abschließenden Vorstellung hingen direkt mit unkontrollierten Ladungsverlusten zusammen:

So mussten alle Kanten abgerundet und, soweit möglich, isoliert werden.

Die Kabel ersetzten wir nach und nach entweder durch möglichst kurze Steckverbindungen mit isolierten Steckern (ohne offenes blankes Metall) oder verbanden die Kabel direkt mit den Metallringen. Außerdem ist im Betrieb immer darauf zu achten, dass alle Kabel einen Mindestabstand von einigen Zentimetern voneinander und zu anderen leitenden Materialien einhalten.

Die verwendeten Hochspannungsmessgeräte sind darauf ausgelegt, dass das Gehäuse geerdet wird, weshalb nur ein Pol gut gegen Entladung isoliert ist. Um die Spannungsdifferenz zwischen den Ringen zu messen, wurde somit auch das Gehäuse unter Spannung gesetzt. Dazu musste das gesamte Messgerät auf Schaumstoffblöcken gelagert werden.

Durch entsprechende Isolation des Stativs gegen die Arbeitsfläche konnten die Verluste ebenfalls reduziert werden.

Wurde einer dieser angesprochenen Faktoren nicht berücksichtigt, konnte maximal eine Spannung von wenigen Kilovolt erreicht werden, bei der verlorene und generierte Ladung im Gleichgewicht waren.

Der Einfluss von Luftfeuchtigkeit und Temperatur konnte bis zum Schluss nicht kontrolliert werden. Nach langer Messung stieg in der Umgebung des Aufbaus durch das verdunstete Wasser die Luftfeuchtigkeit an. Ein kurzer Luftzug durch das Öffnen eines Fensters konnte die Effizienz um bis zu 50% steigern. Bei der Abschlussvorführung konnte aufgrund der hohen Luftfeuchtigkeit an diesem Tag nicht die volle Leistungsfähigkeit des Aufbaus demonstriert werden.

Zur Verwertbarkeit der Messwerte wurde darauf geachtet, alle notwendigen Messreihen innerhalb von zwei aufeinanderfolgenden Tagen mit gleichen Umgebungsbedingungen durchzuführen.

Da die verwendeten Infusionsschläuche bei Verwendung von gewöhnlichem Wasser mit der Zeit verkalken, wurden alle Messungen mit entmineralisiertem Wasser durchgeführt. Gelegentliches Durchspülen mit verdünnter Zitronensäure konnte die maximal mögliche Durchflussmenge ebenfalls wieder steigern.

Maximal konnte eine Spannung von 26kV erzeugt werden. Bei dieser Spannung erreichen kleinste Wassertröpfchen, die sich beim Abriss am Schlauchende, neben den gleichmäßig großen bilden, bereits das im Theorieteil berechnete kritische Verhältnis aus Ladung und Masse. Sie bewegen sich anstatt gegen das elektrische Feld nach unten (mit der Gravitation) auf gebogenen Bahnen seitwärts und nach oben und setzen sich an entsprechend entgegengesetzt geladenen Teilen des Aufbaus ab. Durch diese Wassertropfen auf der Oberfläche der Influenzringe und Kabel steigen die Verluste durch Sprühentladung stark an. Treffen einzelne Tropfen falscher Ladung in die Auffangtrichter, kann direkt am Spannungsmessgerät beobachtet werden, wie der Messwert zurückgeht.

8. Ausblick

Die durchgeführten Messungen erlauben einen guten Überblick über die Zusammenhänge der einzelnen Parameter. Eine genaue quantitative Modellierung der einzelnen Abhängigkeiten ist auf Grund der geringen Zahl der Messpunkte und Messdurchläufe jedoch nicht möglich.

So hätte beispielsweise der Zusammenhang zwischen Stoffkonzentration und Aufladegeschwindigkeit genauer untersucht werden.

Der Einfluss der Luftfeuchtigkeit müsste in einem vollklimatisierten Labor ausgeschlossen werden, um über einen längeren Zeitraum vergleichbare Messergebnisse zu erhalten.

Verfolgt man das Ziel, eine möglichst hohe Spannung zu erzeugen, kann der gesamte Aufbau in der Größe skaliert werden. Die Verluste sind direkt zeitabhängig, somit können diese mit einer gesteigerten Durchflussmenge (z.B. durch mehrere Schläuche je Ring) kompensiert werden. Außerdem können größere Auffangtrichter und ein höherer Abstand zwischen den Ringen dafür sorgen, dass auch bei höheren Spannungen alle Tropfen zur Ladungserzeugung beitragen.

9. Fazit

Der selbstständige Aufbau eines KELVIN-Generators hat uns tiefere Einblicke in die Elektrostatik und Hochspannungselektrizität gegeben. Dabei war besonders erstaunlich, dass Maximalspannungen erreicht wurden, die deutlich höher waren, als man aus vergleichbaren Berichten erwarten konnte⁸. Der verwendete Aufbau hatte in einer günstigen Umgebung offensichtlich sehr geringe Verluste, allerdings gab es bei der Versuchsdurchführung auch immer wieder Phasen, in denen der Generator ohne ersichtlichen Grund den Dienst verweigerte. Der theoretisch hergeleitete exponentielle Anstieg der Spannung konnte sehr schön gezeigt werden, nur die anfängliche Annahme, dass die Ionenkonzentration des Wassers einen signifikanten Einfluss auf die Ladung der Tröpfchen hat, musste verworfen

⁸vergleiche z.B. <http://pp.physik.uni-erlangen.de/groups/ws0910/ppg9/protokolle/Kelvin-Generator.pdf> S.15.

werden.

Der KELVIN-Generator ist ein sehr interessantes Konzept zur Erzeugung von Hochspannung, praktische Anwendung hat er allerdings keine, da die Ladungsmenge viel zu gering ist, und in diesem Spannungsbereich bessere Generatoren zur Verfügung stehen, unter anderem Bandgeneratoren und Influenzmaschinen.

10. Danksagung

Wir bedanken uns für die freundliche Unterstützung durch: Bernd-Uwe Runge, Thomas Lorenz, Karl-Heinz Döpfner, Günther Kohllöffel, Louis Kukk, Darwin Deez und die wissenschaftlichen Werkstätten.

11. Quellen

Literatur

- [ama10] Kelvin's thunderstorm - lord kelvin's water-drop electrostatic generator. <http://amasci.com/emotor/kelvin.html>, March 2010.
- [Hin08] Prof. Dr. Frank Hinterberger. *Physik der Teilchenbeschleuniger und Ionenoptik*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2. edition, 2008.
- [Küc09] A. Küchler. *Hochspannungstechnik: Grundlagen- Technologie- Anwendungen*. VDI-Buch. Springer Berlin, 2009.
- [LP10] K. Lüders and R.O. Pohl. *Pohls Einführung in die Physik*. Band 2: Elektrizitätslehre und Optik. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 23 edition, 2010.
- [McC10] Mark McCartney. William thomson: king of victorian physics. *PhysicsWorld (magazine of the Physical Society)*, December 2010.
- [Mes10] D. Meschede. *Gerthsen Physik*. Springer-Lehrbuch. Springer, 2010.
- [Moo97] A.D. Moore. *Electrostatics*. Laplacian Press, USA, 2nd edition, 1997.
- [Mor96] Charles E. Mortimer. *Chemie, 6. Auflage*. Thieme Georg Verlag, Stuttgart, 1996.
- [Sch03] Volkmar M. Schmidt. *Elektrochemische Verfahrenstechnik*. WILEY-VCH Verlag GmbH & KGaA, Weinheim, 2003.
- [Tho67] Sir W. Thomson. On a self-acting apparatus for multiplying and maintaining electric charges, with applications to illustrate the voltaic theory. *Proceedings of the royal society of London*, 1867.
- [W. 05] Schulphysik.de W. Christian. Elektrisches Feld und Potential in 3D. <http://www.schulphysik.de/java/physlet/applets/efeld3.html>, 15 October 2005.

Abbildungsverzeichnis

1.	Skizze zur Feldüberhöhung an einer Spitze	6
2.	William Thomson, 1. Baron Kelvin (Fotografie 1906) <i>Quelle: de.wikipedia.org, 10.11.2010,</i> <i>http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Portrait_of_William_Thomson,</i> <i>_Baron_Kelvin.jpg&filetimestamp=20090525193733</i> <i>im Artikel http://de.wikipedia.org/wiki/William_Thomson,_1._Baron_Kelvin</i>	7
3.	Schema des VAN DE GRAAFF-Bandgenerators <i>Quelle: [Hin08, S.33, Abb. 2.3]</i>	8
4.	TESLA-Transformator <i>Quelle: [LP10, S.139, Abb.236]</i>	8
5.	Abbildung des Originalaufbaus von W. Thomson: Wasserstrom (water jet), Influenzring (Inductor) und Auffangtrichter (Receiver) <i>Quelle: [Tho67],</i> <i>Fig.1, S. 68</i>	9
6.	Ladungsverteilung auf einem Ring bzw. Rohrabchnitt, Abbildung selbst erstellt	9
7.	Abbildung des Originalaufbaus von W. Thomson: Komplettübersicht be- stehend aus zwei Leydener Flaschen sowie zwei verbundenen Ringsystemen entsprechend Abb. 5, <i>Quelle: [Tho67], Fig.2, S. 69</i>	10
8.	Schema des KELVIN-Generators, Abbildung selbst erstellt	11
9.	Skizze des verwendeten Aufbaus, Abbildung selbst erstellt	11
10.	schematische Zeichnung des verwendeten Messgeräts: der Zeigerausschlag wird durch die elektrostatische Kraft zwischen der Kugel (Masse) und dem gekrümmten Metallteil (Hochspannung) bestimmt. Die Spannungsskala ist dabei nicht linear, sondern hängt von der genauen Feldverteilung im Gerät ab und wird deshalb bei der Eichung Stück für Stück festgelegt.	12
11.	2D-Simulation der Äquipotentiallinien des elektrischen Feldes bei großem Ringabstand, erstellt mit [W. 05]	15
12.	2D-Simulation der Äquipotentiallinien des elektrischen Feldes bei geringem Ringabstand, erstellt mit [W. 05]	16
13.	Entladekurve bei einer Höhe von 31cm	18
14.	Exemplarische Spannungsmesskurve mit Regression	19
15.	Höhenabhängigkeit des Exponentialkoeffizienten von der Fallhöhe	20
16.	Abhängigkeit des Exponentialkoeffizienten von der verwendeten Flüssigkeit	21
17.	Messung Höhenabhängigkeit: Fallhöhe 14cm; Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen	27
18.	Messung Höhenabhängigkeit: Fallhöhe 19cm; Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen	28
19.	Messung Höhenabhängigkeit: Fallhöhe 25cm; Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen	29
20.	Messung Höhenabhängigkeit: Fallhöhe 31cm; Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen	30

21.	Messung Höhenabhängigkeit: Fallhöhe 36cm; Messpunkte und Regression über alle 4 Messreihen	31
22.	Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen	32
23.	Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser mit 1.00 Massen-% NaCl Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen	33
24.	Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser mit 5.00 Massen-% NaCl Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen	34
25.	Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser mit 10.0 Massen-% NaCl Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen	35
26.	Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser mit 25.0 Massen-% NaCl Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen	36
27.	Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser mit 3.75 Massen-% Citronensäure Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen	37
28.	Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser mit 7.50 Massen-% Citronensäure Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen	38
29.	Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser Messpunkte und Regression über alle 4 Messreihen	39

Tabellenverzeichnis

1.	Messwerte zur Bestimmung der Kapazität	17
2.	Fallhöhenabhängigkeit des Exponentialkoeffizienten	19
3.	Stoffabhängigkeit des Exponentialkoeffizienten	20

A. Aufgenommene Spannungsmesskurven

Die folgenden Tabellen beinhalten jeweils

- die Spannung zwischen den Ringen: U in kV
- die durchflossene Flüssigkeitsmenge beim linken Ring: m_l in g
- die durchflossene Flüssigkeitsmenge beim rechten Ring: m_r in g

A.1. Messung der Höhenabhängigkeit

1.Messung			2.Messung			3.Messung			4.Messung			5.Messung		
U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r
0.5	63	51	0.5	367	336	0.5	536	491	0.5	678	648	0.5	827	794
0.5	70	57	0.5	373	342	0.5	541	496	0.5	685	654	0.5	832	800
0.5	76	62	0.5	380	348	0.5	547	501	0.5	689	659	0.5	837	806
0.5	83	68	1	385	353	0.5	555	506	0.5	695	665	0.5	844	812
1	91	74	1	391	360	1	560	512	1	700	670	1	850	819
1	97	79	1	397	365	1	566	517	1	705	677	1	856	825
1	104	85	1	403	370	1	572	522	1	713	682	1	863	832
1.5	110	90	1.5	409	377	1	578	527	1	719	688	1	868	838
1.5	117	96	1.5	414	382	1.5	586	531	1.5	724	693	1.5	873	844
2	124	101	1.5	422	388	1.5	592	536	1.5	730	700	1.5	879	850
2	131	112	1.5	428	394	1.5	599	542	1.5	735	705	1.5	885	855
2.5	137	118	2	435	400	1.5	603	549	2	741	711	2	889	861
3	144	123	2	440	406	2	608	556	2.5	748	716	2.5	896	866
3.4	152	129	2.5	448	413	2	613	563	3	754	722	3.1	902	872
3.8	159	134	3	455	419	2.5	619	570	3.4	760	728	3.4	907	878
4.2	166	140	3.3	461	425	3.1	623	578	3.7	765	733	3.7	912	883
4.6	163	145	3.6	467	431	3.5	629	584	4.1	771	738	4.1	917	888
5.3	180	152	4	473	437	3.9	632	591	4.4	777	744	4.4	923	898
6	186	158	4.3	480	443	4.2	637	597	4.8	783	750	4.9	928	903
6.8	194	164	4.6	487	448	4.6	642	603	5.2	788	756	5.4	934	908
7.9	200	170	5.1	493	454	5.1	648	610	5.8	794	762	6.1	939	913
9.2	207	176	5.7	498	460	5.6	653	616	6.4	800	768	6.7	945	919
			6.3	507	466	6.3	658	622	7.2	805	774	7.5	951	924
			7	512	471	7	663	629	8	811	780	8.6	957	929
			7.8	517	476	7.9	667	634	9	817	785			
			8.9	525	482	9	672	640						

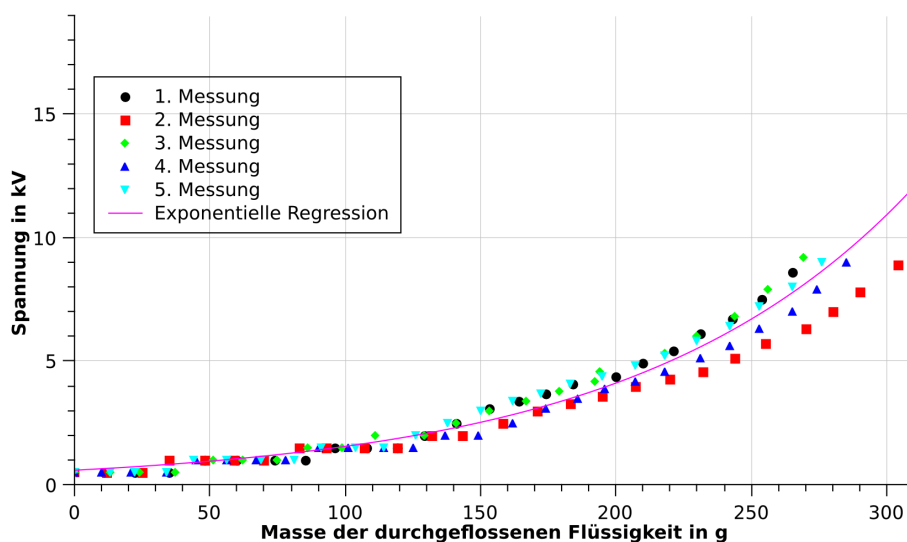


Abb. 17: Messung Höhenabhängigkeit: Fallhöhe 14cm; Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen

1.Messung			2.Messung			3.Messung			4.Messung			5.Messung		
U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r
0	187	199	0.5	478	442	0.5	677	589	0	855	724	0.5	1034	853
0.5	198	207	0.5	488	449	0.5	686	595	0.5	865	731	0.5	1040	860
0.5	205	216	1	496	455	1	695	603	0.5	873	738	0.5	1051	866
1	214	224	1	508	462	1	705	610	1	882	745	1	1060	872
1	223	232	1.5	517	469	1	714	617	1	893	751	1	1069	878
1.5	232	241	1.5	527	476	1.5	724	625	1.5	900	758	1.5	1078	885
1.5	240	249	1.5	536	483	2	734	632	2	910	764	2.2	1088	892
2	250	258	2	546	490	2.8	743	640	2.5	919	771	3	1098	898
2.8	259	266	2.5	556	498	3.3	753	647	3.1	928	778	3.5	1108	905
3.5	269	273	3.2	565	505	3.8	763	654	3.5	936	784	4	1118	912
4	277	282	3.7	575	512	4.4	772	661	4.1	946	791	4.5	1128	919
4.4	287	289	4.1	584	519	5.1	781	669	4.6	955	797	5.2	1138	925
5.2	296	297	4.6	593	526	5.8	789	676	5.2	963	803	6.1	1148	931
6.1	304	305	5.3	603	533	6.7	800	683	6.1	972	810	7.1	1157	938
7.2	313	313	6	612	539	8	808	690	6.9	981	816	8.3	1167	944
8.5	322	320	7	621	546	9.4	818	697	8.1	990	823	10	1178	950
10.3	331	328	8.2	630	553	11.3	828	704	9.7	999	829	12.8	1187	957
12.8	340	335	9.6	639	561	14.8	836	711	11.9	1008	835	16	1196	963
			11.9	648	568				15.5	1017	843			
			14.8	657	575									
			19	581										

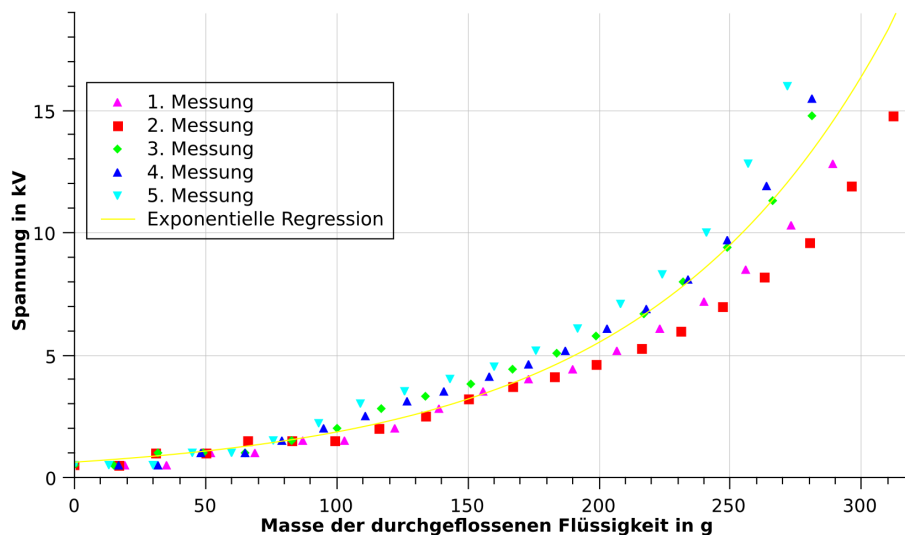


Abb. 18: Messung Höhenabhängigkeit: Fallhöhe 19cm; Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen

1.Messung			2.Messung			3.Messung			4.Messung			5.Messung		
U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r
0.5	113	184	0.5	270	310	0.5	627	635	0.5	739	770	0.5	855	905
1	121	192	0.5	278	317	0.5	633	645	1	747	780	1	863	914
1	129	199	1	288	323	1	641	655	1	756	790	1	872	923
1.5	138	206	1	295	329	1.5	650	666	1.5	764	800	1.5	880	933
2	146	213	1.5	303	335	2.2	658	676	2	772	810	2	888	943
2.5	155	220	2	312	342	3.1	668	686	3	781	819	2.8	896	953
2.9	163	227	2.5	320	347	3.8	676	697	3.6	788	829	3.5	904	962
3.3	172	234	3.1	328	354	4.6	685	707	4.4	797	839	4.2	912	971
3.8	180	241	3.6	337	359	5.5	694	718	5.3	805	848	5.1	921	980
4.3	189	248	4.1	345	365	7.1	703	728	6.4	813	858	6	928	990
5	196	254	4.7	353	372	9.3	711	738	8	821	867	7.4	937	999
5.8	205	261	5.3	361	378	12.6	720	748	10.1	830	877	9.3	945	1008
6.7	212	268	6.1	370	384	18	728	758	13.5	838	886	12.1	953	1017
8	222	274	7	379	390							16.5	961	1027
9.5	230	280	8.3	387	396									
11.8	239	287	9.6	395	402									
15	248	293	12	403	407									
			14.9	410	413									

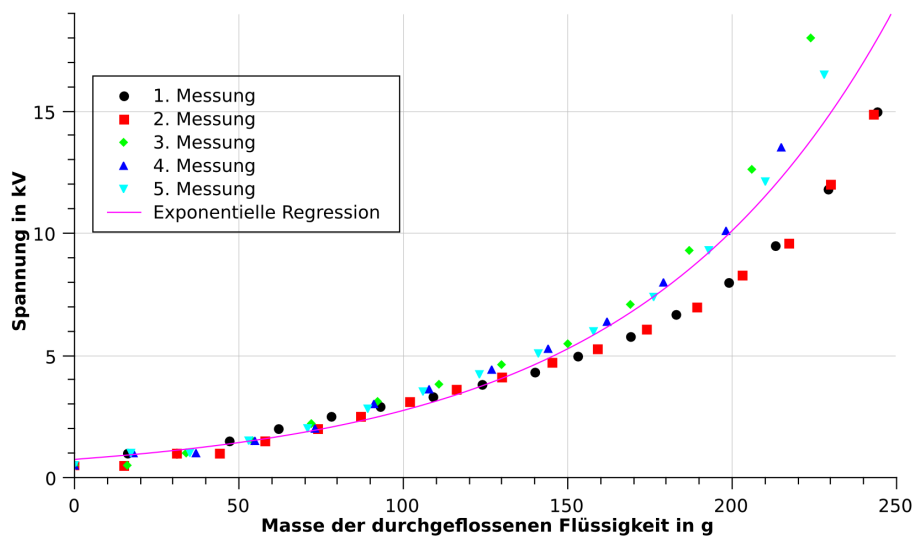


Abb. 19: Messung Höhenabhängigkeit: Fallhöhe 25cm; Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen

1.Messung			2.Messung			3.Messung			4.Messung			5.Messung		
U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r
0	90	93	0	225	233	0	334	356	0.5	435	469	0.5	530	568
0.5	95	98	0.5	230	237	0.5	338	362	0.5	441	474	0.5	535	573
0.5	102	104	0.5	235	242	1	343	367	1	448	480	1	540	579
1	107	110	1	240	246	1	347	373	1.5	453	485	1.5	545	584
1	114	116	1	246	251	1	352	378	1.5	457	490	1.5	549	589
1	119	121	1.5	252	256	1.5	356	384	2.2	465	496	2	554	595
1	127	127	1.5	256	260	2	363	390	3	470	501	2.5	560	600
1.5	133	132	2	262	266	2.8	367	397	3.3	475	506	3.1	564	605
1.5	138	137	2.5	267	272	3.4	374	403	4	481	511	3.5	568	610
2	145	143	3	271	277	3.8	380	410	4.4	485	517	3.9	573	616
3	153	148	3.3	276	282	4.3	385	415	5.1	491	522	4.4	577	621
3.2	159	153	3.6	281	288	5.1	391	421	5.7	495	528	4.9	582	627
3.5	166	158	4	285	294	5.8	395	427	6.6	501	533	5.4	586	632
4	171	164	4.4	291	300	6.8	402	433	7.8	505	539	6.1	589	637
4.3	177	169	4.8	295	305	8	408	440	9.1	510	545	7	595	642
5	183	175	5.4	299	312	9.5	413	446	10.8	516	550	7.9	599	648
5.5	188	182	6.1	305	318	11.7	419	452	13.4	520	556	9.3	603	653
6.2	193	188	7.1	308	323	14.7	425	457	16.9	525	561	11	608	658
7.1	198	194	8.5	314	329							13.4	612	664
8.3	202	201	10	318	335							16.7	616	669
9.5	206	207	12	322	340									
11.5	211	213	15.1	326	346									
14	216	220												
18	219	223												

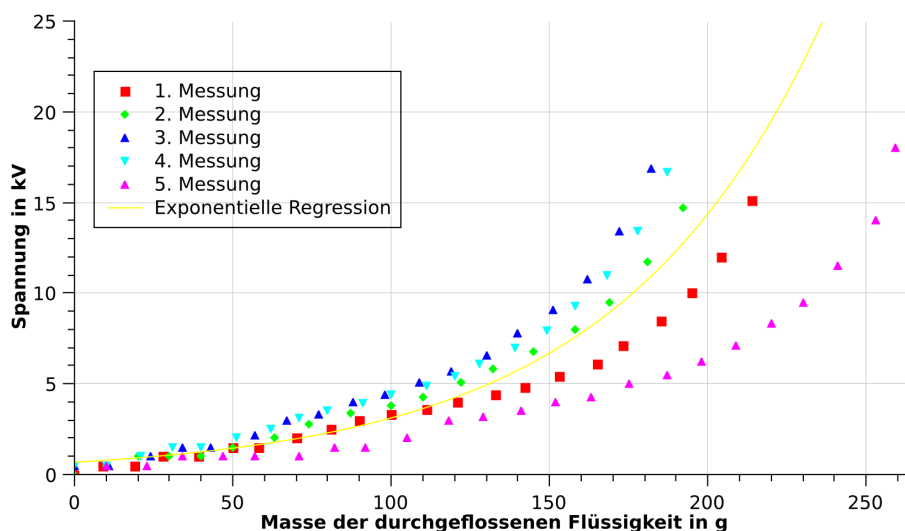


Abb. 20: Messung Höhenabhängigkeit: Fallhöhe 31cm; Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen

1.Messung			2.Messung			3.Messung			4.Messung		
U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r
0.5	88	92	0.5	204	180	0.5	308	265	0.5	400	356
1	95	97	1	210	185	1	314	270	1	406	360
1.5	102	102	1.5	217	189	1.5	320	276	1.5	412	365
2	109	108	2	223	194	2	326	281	2	419	371
2.5	116	113	2.5	230	204	2.5	331	286	2.5	425	377
3	123	119	3.1	235	209	3.2	338	292	3	432	383
3.5	130	125	3.6	241	214	3.7	343	298	3.5	439	389
3.9	137	130	4.1	247	219	4.2	348	304	4	446	395
4.3	144	135	4.5	253	224	4.8	354	309	4.5	454	401
5	150	141	5.2	259	229	5.6	359	315	5.2	460	407
5.8	157	147	5.9	265	234	6.5	364	320	5.8	468	413
6.7	164	152	6.8	271	240	7.5	370	326	6.7	474	419
7.9	171	157	8	277	244	8.6	375	331	7.6	481	425
9.3	178	162	9.4	283	249	10.2	380	336	8.8	487	430
11.5	184	167	11.5	289	255	12.5	385	342	10.3	493	437
14.5	191	172	14	295	260	15.2	390	347	12.1	499	442
									14.6	506	447

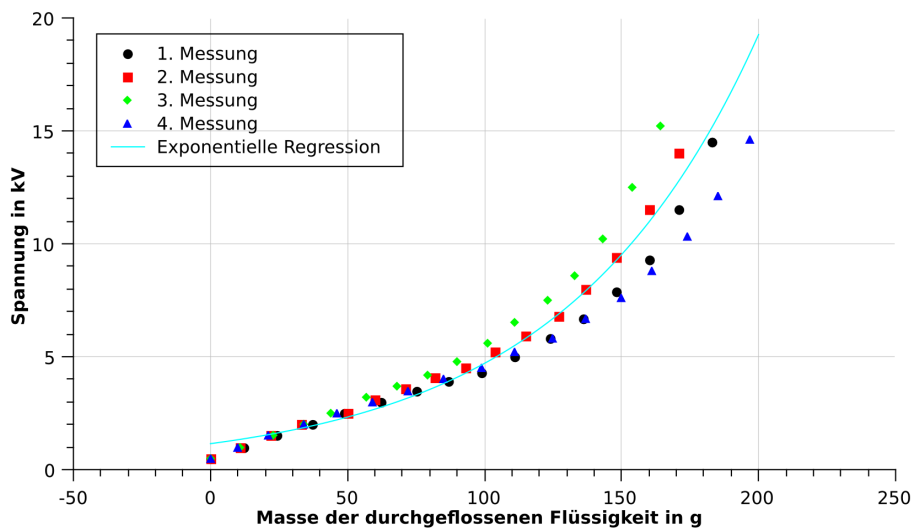


Abb. 21: Messung Höhenabhängigkeit: Fallhöhe 36cm; Messpunkte und Regression über alle 4 Messreihen

A.2. Messung der Stoffabhängigkeit

Die folgenden Messreihen wurden jeweils mit vollentmineralisiertem (VE-)Wasser bei einer Fallhöhe von 31cm aufgenommen.

1.Messung			2.Messung			3.Messung			4.Messung			5.Messung		
U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r
0.5	157	134	0.5	300	260	0.5	433	376	0.5	561	494	0.5	685	618
0.7	166	141	0.5	308	265	0.5	440	383	0.5	569	501	0.5	692	625
0.7	174	148	1	315	272	1	448	390	1	576	508	1	699	632
1	183	156	1	323	279	1.5	456	398	1.5	584	515	1.5	706	639
1	191	163	1.5	331	286	2	464	405	1.5	592	523	1.5	713	645
1.5	199	170	2.5	339	295	2.5	471	412	2.5	600	530	2	720	654
2.5	208	178	3	348	299	3	479	418	3	607	537	2.5	727	660
3	216	185	3.5	356	307	3.5	487	426	3.5	615	545	3.5	734	668
3.5	224	192	4	364	315	4	495	433	4	622	552	4	740	675
4	232	199	4.5	371	321	5	502	440	4.5	630	559	4.5	747	681
5	240	206	5.5	380	329	5.5	510	447	5.5	637	567	5	754	688
5.5	249	213	6.5	388	335	6.5	517	454	6.5	644	575	5.5	761	695
6.5	257	220	7.5	397	344	7.5	525	461	7.5	651	582	6.5	767	701
8	265	228	9.5	405	351	9	532	467	9	658	589	7.5	774	709
9.5	272	234	12	414	358	11	540	474	11	665	596	9.5	780	715
12	280	241	16	422	366	14	547	481	14	673	604	10.5	787	722
15.5	288	248				17.5	553	487				13	794	729
												17	800	236

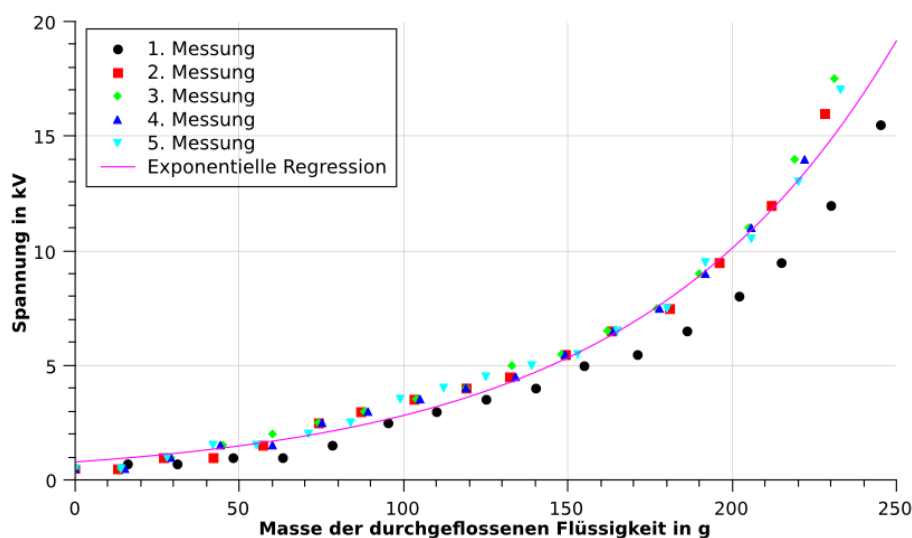


Abb. 22: Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser
Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen

1.Messung			2.Messung			3.Messung			4.Messung			5.Messung		
U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r
0.5	165	132	0.5	282	255	0.5	403	382	0.5	522	495	0.5	644	612
0.5	173	145	0.5	290	262	0.5	410	389	0.5	531	503	0.5	652	620
1	181	153	1	298	271	1	417	397	1	539	511	1	660	628
1.5	189	161	1.5	305	278	2	426	406	1.5	547	517	2	668	635
2	197	169	2	313	286	2.5	434	414	2.5	555	526	2.5	676	643
3	205	177	2.5	320	294	3	443	422	3	563	533	3	683	650
3.5	213	184	3	328	303	4	453	430	3.5	571	540	3.5	690	658
4	220	192	4	336	311	4.5	461	438	4	579	548	4	698	664
4.5	228	200	4.5	344	319	5.5	470	447	4.5	587	556	4.5	706	673
5.5	235	208	5	351	327	6.5	479	455	5.5	594	563	5	713	679
6.5	243	215	6	359	335	8	488	463	6.5	602	571	6	720	688
8	251	223	7.5	367	344	10	496	471	8	610	578	7	728	696
9.5	258	230	9	374	351	13	505	479	9.5	617	586	8.5	736	702
12	266	237	11	382	360	17.5	513	487	12	626	594	10.5	743	709
16	273	245	14.5	390	368				16	634	602	13	750	717
												17.5	757	724

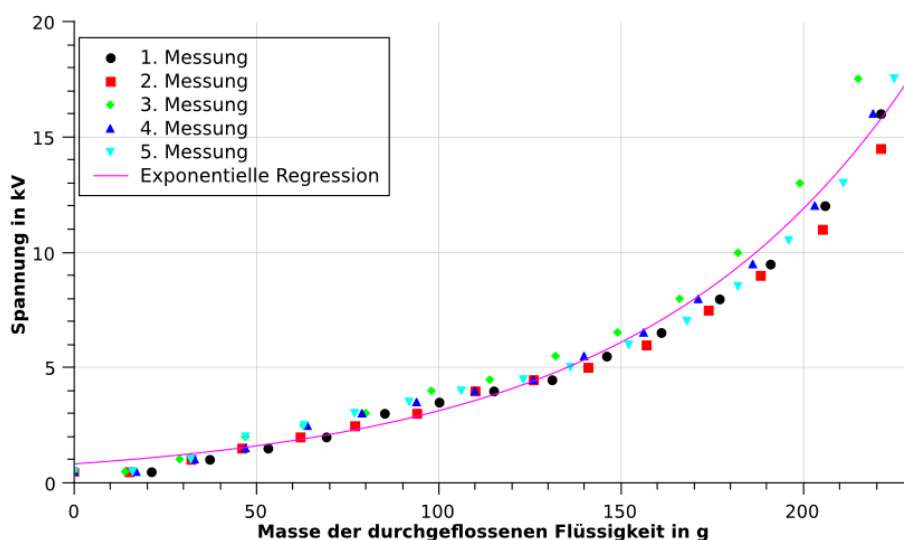


Abb. 23: Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser mit 1.00 Massen-% NaCl
Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen

1.Messung			2.Messung			3.Messung			4.Messung			5.Messung		
U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r
0.5	230	164	0.5	389	314	0.5	547	436	0.5	708	555	0.5	862	679
0.5	238	170	0.5	397	320	0.5	555	441	0.5	716	559	0.5	869	685
0.5	244	178	0.5	405	327	0.5	562	448	0.5	724	567	0.5	877	691
1	252	185	1	414	334	1	570	454	1	733	572	1	884	698
1	260	192	1	422	339	1	577	459	1.5	740	580	1	891	704
1.5	267	199	1.5	431	347	1.5	585	466	1.5	748	586	1.5	898	710
1.5	274	206	2	439	356	1.5	592	471	2	757	594	1.5	905	716
2	281	212	2.5	447	359	2	600	477	2.5	763	599	2	913	722
2.5	289	220	3	456	366	2.5	608	484	3	772	605	2.5	920	728
3	296	226	3.5	464	372	3	615	489	3.5	779	612	3	928	735
3.5	302	234	4	472	378	3.5	623	495	4	787	619	3.5	936	740
4	309	240	4.5	480	384	4	630	500	4.5	796	625	4	943	746
4.5	316	247	5.5	488	390	4.5	638	506	5	803	632	4.5	951	753
4.5	323	254	6	496	397	5	647	510	6	811	636	5	958	759
5.5	330	260	7	505	403	5.5	655	517	6.5	819	644	6	965	765
6	337	265	8.5	512	409	6.5	664	524	7.5	826	650	6.5	971	770
7	344	273	10	520	415	8.5	673	530	9	834	657	7	977	774
8	351	280	12	528	421	10.5	682	536	11	841	662	7.5	980	776
9	358	287	15.5	535	427	13.5	691	542	14	849	669	8	983	779
11	365	294										9	986	782
14	372	302										9.5	988	785
												10	990	787
												11	993	789
												11.5	995	792
												12.5	997	794
												13.5	1000	797
												14.5	1003	799
												16	1005	801
												17	1007	804

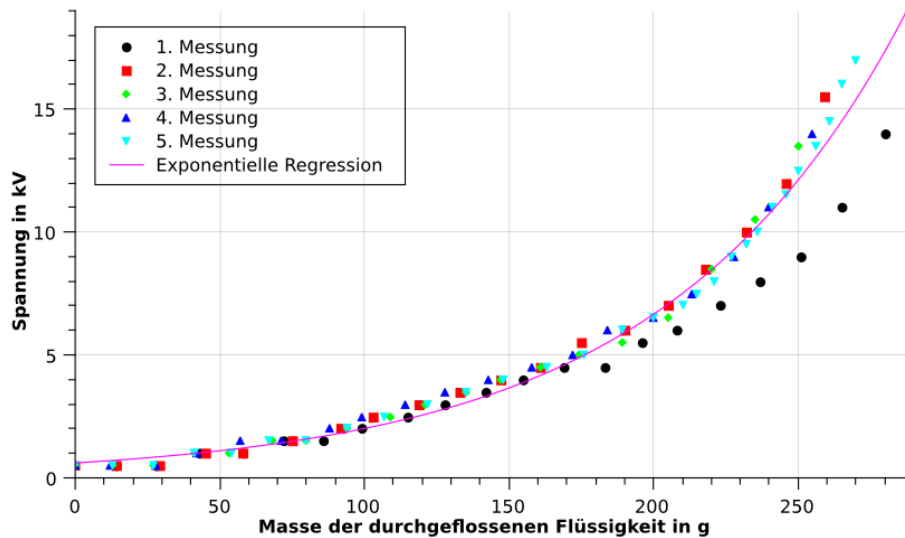


Abb. 24: Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser mit 5.00 Massen-% NaCl
 Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen

1.Messung			2.Messung			3.Messung			4.Messung			5.Messung		
U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r
0.5	17	17	0.5	171	159	0.5	316	287	0.5	461	416	0.5	587	568
0.5	25	23	0.5	179	166	0.5	323	293	0.5	468	422	0.5	593	576
0.5	31	29	0.5	187	173	0.5	331	299	0.5	474	428	0.5	598	584
0.5	38	36	0.5	193	179	0.5	338	306	0.5	479	434	0.5	602	591
0.5	45	42	0.5	202	186	1	346	312	1	487	440	1	608	599
1	52	49	1	209	193	1.5	353	319	1.5	492	446	1	615	607
1.5	59	54	1.5	217	199	2	360	325	1.5	500	450	1.5	619	617
2	66	61	2	223	206	2.5	367	331	2	506	459	1.5	625	622
2.5	73	68	3	231	212	3	375	337	2.5	512	464	2	630	630
3	80	74	3.5	237	219	3.5	381	344	3	518	471	3	636	638
3.2	88	81	4	246	225	4	390	349	3.5	523	478	3.5	641	647
3.7	94	88	4.5	253	231	4.5	396	356	4	529	486	3.5	646	657
4.3	102	95	5.2	259	237	5	402	362	4.5	534	494	4	650	666
4.5	112	102	6	267	244	5.7	408	369	5.5	540	502	4.7	655	674
5.5	118	110	7	274	251	6.5	416	375	6.5	545	510	5.5	660	683
6.5	126	117	8	282	257	7.5	422	381	7.8	551	519	6.3	667	691
7.5	133	124	9.5	290	264	8.5	430	387	8.7	557	526	7	672	699
8.5	140	130	12	297	270	10	436	394	10.5	562	534	8.5	677	707
10.5	148	137	14.5	304	277	12.5	443	400	12.7	568	542	10	684	715
12.5	156	144				15	450	406	15.7	573	550	12.5	690	723
16.5	163	151								578	558	15.5	695	731

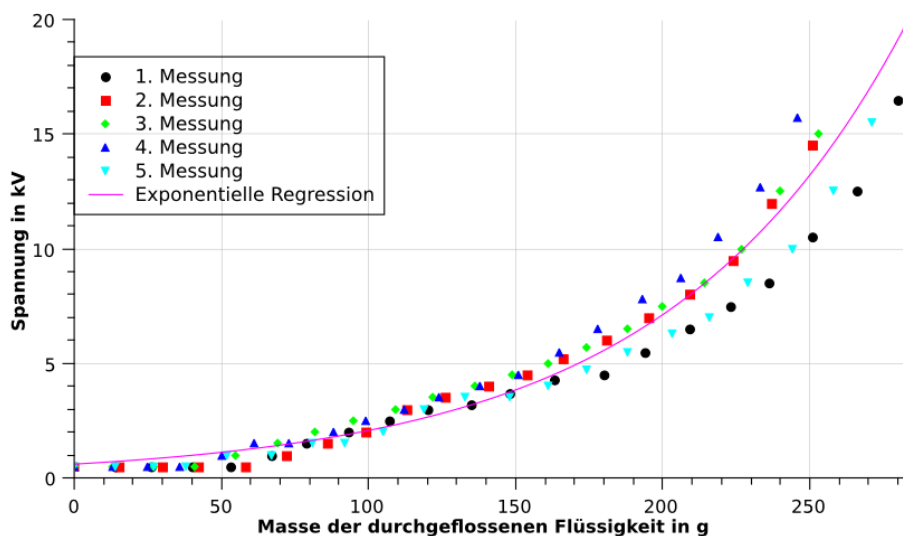


Abb. 25: Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser mit 10.0 Massen-% NaCl
Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen

1.Messung			2.Messung			3.Messung			4.Messung			5.Messung		
U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r
0.5	34	39	0.5	189	196	0.5	337	345	0.5	515	521	0.5	660	667
0.5	44	49	0.5	198	205	0.5	346	353	0.5	522	529	0.5	668	674
0.5	54	59	0.5	208	214	1	355	362	1	528	537	1	676	682
1	64	68	1	218	224	1	363	371	1	537	545	1	682	689
1.5	73	78	2	228	234	1.5	374	380	1.5	546	553	1	690	697
2	83	88	2.5	237	244	2	381	389	2	554	561	1.5	699	704
3	93	98	3	246	254	3	392	398	2.5	562	569	2	705	712
3.5	102	107	3.5	255	263	3.5	399	407	3	570	577	2.5	712	719
4	111	117	4.5	265	272	4	409	416	3.5	578	585	3	721	726
4.5	121	127	5	273	282	4.5	418	425	4	587	593	3.5	728	734
5.5	130	136	6	284	291	5	425	435	4.5	593	600	4	733	741
6	140	145	7	292	300	6	435	443	5.5	602	608	4	742	748
7.5	149	154	8.5	302	309	7.5	444	452	6	609	616	4.5	749	755
9	158	164	10.5	311	319	8.5	454	460	7	617	623	5.5	756	762
11.5	167	174	13.5	321	328	10.5	460	469	8	623	631	6	763	769
15	176	182	17			13.5	470	478	9.5	630	638	7	770	776
						17	479	486	11.5	639	646	8	778	783
						17	489	496	14	646	654	9	783	790
												11.5	791	797
												13	799	803
												15.5	806	810

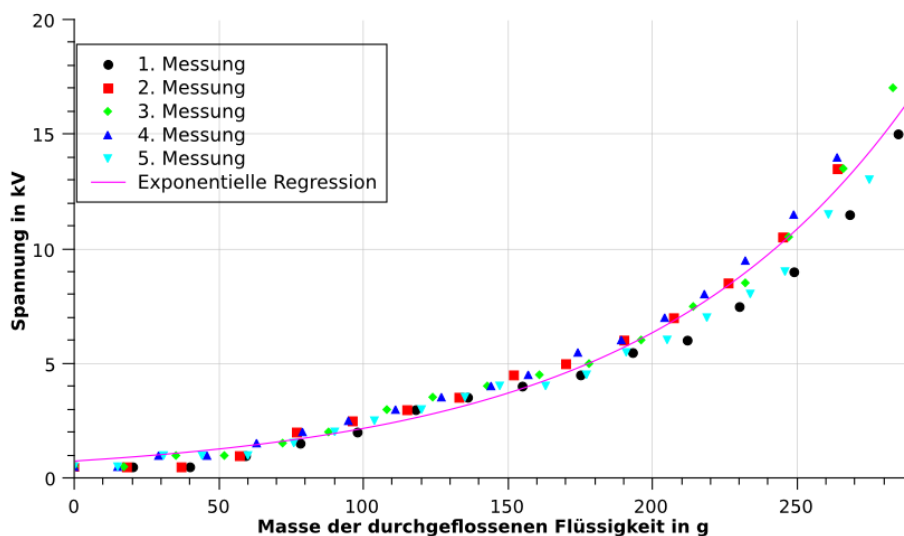


Abb. 26: Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser mit 25.0 Massen-% NaCl
Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen

1.Messung			2.Messung			3.Messung			4.Messung			5.Messung		
U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r
0.5	113	108	0.5	226	213	0.5	340	319	0.5	450	425	0.5	560	530
0.5	121	116	0.5	235	221	0.5	348	326	0.5	459	433	0.5	569	538
1	131	125	1	244	229	1	356	333	1	468	441	1	578	546
1.5	141	133	1.5	253	238	1.5	365	341	1.5	476	450	1.5	586	554
2.5	150	142	2	262	246	2	379	350	2.5	486	459	2	594	561
3.5	159	150	3	270	254	3	382	358	3.5	494	467	3	603	570
4.5	169	160	4	279	262	4	390	366	4	503	476	3.5	611	577
5.5	178	168	4.5	288	270	4.5	399	375	5	512	484	4.5	619	585
6.5	187	176	5.5	296	278	5.5	408	383	6	520	492	5.5	628	592
8.5	195	185	7	304	286	7	416	391	8	529	500	6.5	636	600
11	204	193	9	313	293	9	424	399	10	537	509	8.5	644	608
15.5	214	201	12.5	321	301	12.5	433	408	14	546	516	11	652	615
			16	329	309	18	441	416				14	660	623

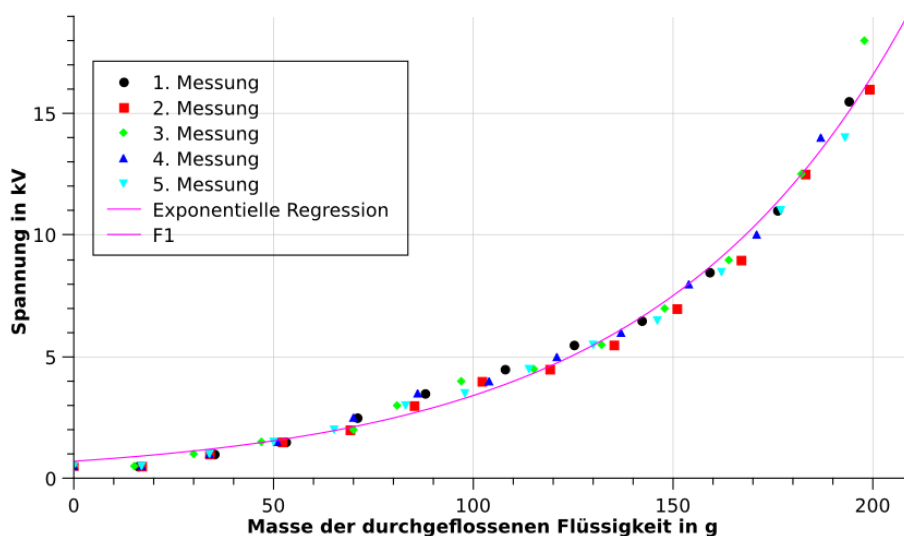


Abb. 27: Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser mit 3.75 Massen-% Citronensäure
Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen

1.Messung			2.Messung			3.Messung			4.Messung			5.Messung		
U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r
0.5	25	29	0.5	134	155	0.5	244	276	0.5	351	389	0.5	599	639
0.5	35	40	0.5	145	166	0.5	253	286	0.5	360	398	0.5	608	647
1	46	52	1	155	177	1	262	295	1	369	406	1	618	656
1.5	55	64	2	165	188	1.5	270	304	1.5	376	415	1.5	627	664
2.5	65	75	3	174	199	3	279	313	2	384	423	2	636	673
3.5	75	86	4	184	210	3.5	287	322	2.5	392	431	3	646	682
5	85	98	5	194	220	4.5	296	330	3.5	400	439	4	655	690
6	95	109	6.5	203	231	5.5	304	339	4	408	448	4.5	664	699
8.5	104	120	8.5	213	242	6.5	312	348	5	416	456	5.5	674	707
11.5	114	132	12	223	253	8	321	356	6	424	464	7	682	716
17.5	124	143	18	232	263	10.5	330	364	7	432	473	9	692	724
						14	337	373	8.5	440	481	11.5	701	733
									11	448	489	16	710	741
									14.5	455	497			

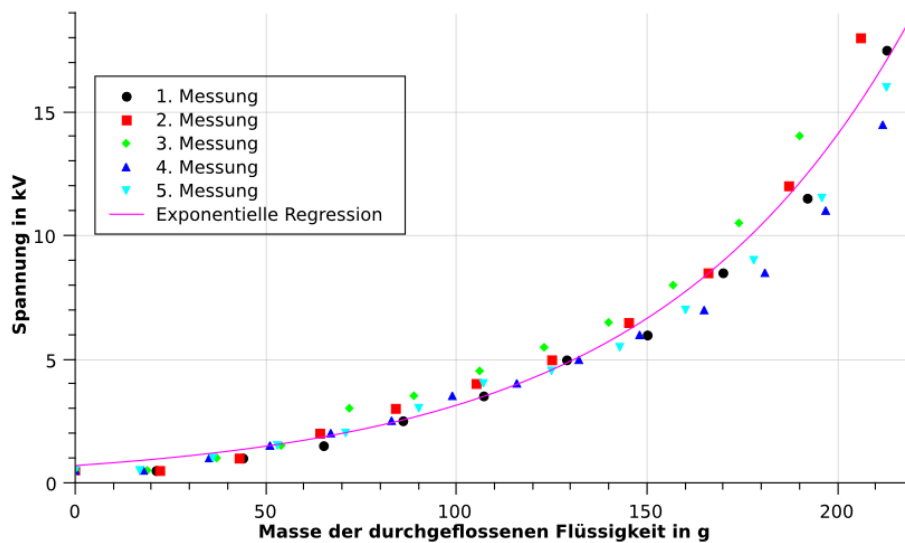


Abb. 28: Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser mit 7.50 Massen-% Citronensäure
Messpunkte und Regression über alle 5 Messreihen

1.Messung			2.Messung			3.Messung			4.Messung		
U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r	U	m_l	m_r
0.5	23	24	0.5	275	262	0.5	380	372	0.5	492	483
0.5	32	32	0.5	283	271	0.5	387	380	0.5	498	490
1	40	40	1	292	281	1	395	388	1	506	497
1.5	57	48	1.5	300	289	1.5	401	395	1.5	512	503
2	65	56	2.5	308	297	2	109	403	1.5	519	510
2.5	74	64	3	315	306	2.5	417	410	2	526	517
3	82	72	4	324	314	3	424	417	2.5	533	524
4	90	80	4.5	332	322	3.5	430	425	3	540	531
4.5	98	88	5.5	340	331	4.5	439	432	4	547	537
5.5	107	96	7	348	339	5	446	439	4.5	554	544
6.5	115	103	8.5	355	347	6	454	446	5	561	551
7.5	123	111	11	363	355	7	461	453	6	568	557
9.5	131	118	13.5	370	363	8.5	468	460	7	574	564
12	139	126				10.5	475	467	8.5	580	570
						13.5	482	474	10	587	577
									13	593	584

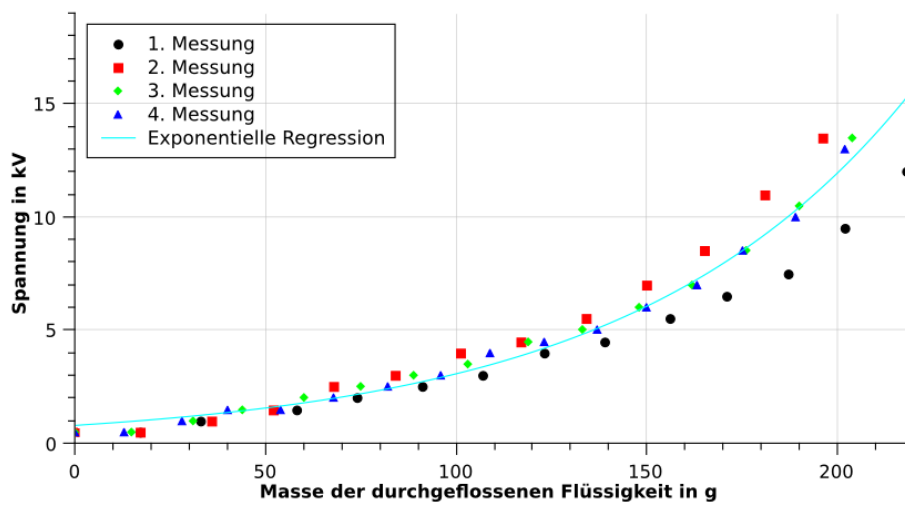


Abb. 29: Messung Stoffhängigkeit: VE-Wasser
 Messpunkte und Regression über alle 4 Messreihen